

アクティブフィルタの設計と合成

Active filter design and synthesis

1987/08/06 ～

2020/04/21

次数の計算方法を追加・

2022/10/24

ver.3.30 2025/05/05

ver.3.32 2026/02/10

三浦 高志

アクティブフィルタの設計と合成

及びデジタルフィルタへの変換

Active filter design and synthesis and conversion to digital filters

1993年10月22日 三浦 高志
October 22, 1993 Takashi Miura

LtAct ver.3.30 での変更点

基本回路図の R 素子と C 素子の値の種類を減らすために、

LP1 は $R1=R2=R3$ 、LP2 は $R1=R2$ 、

HP1 は $C1=C2=C3$ 、HP2 は $C1=C2$ 、

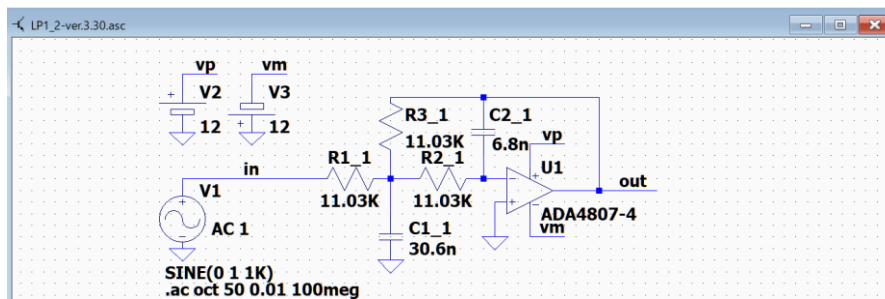
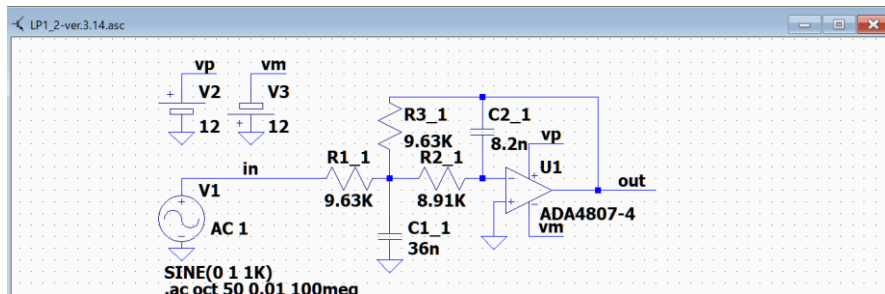
ET1 は $R41=R42=R43=R44=R45=10\text{ k}$

となるように回路図を合成するように変更しました。

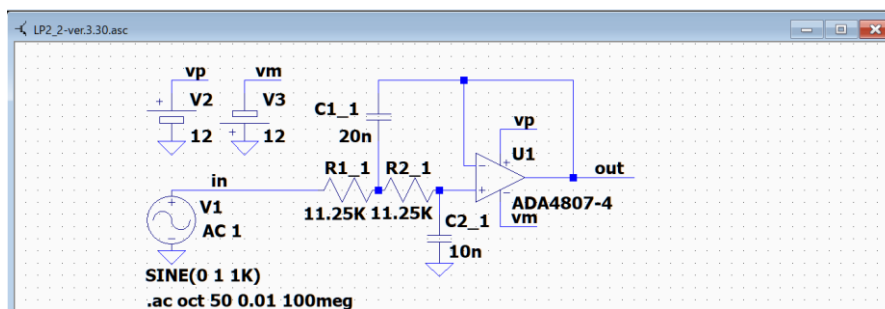
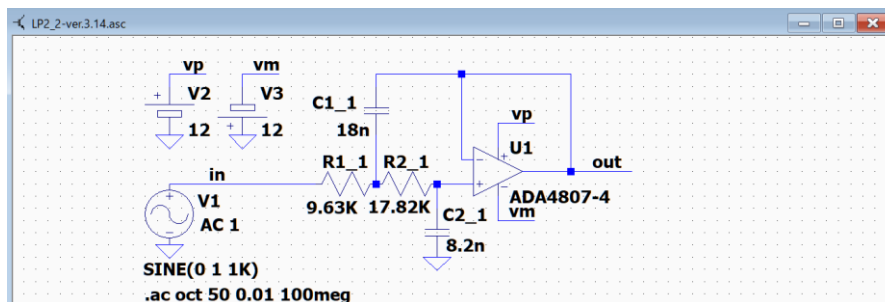
LtAct ver.3.30 での変更点

LtAct ver.3.14 の回路図と LtAct ver.3.30 の回路図の比較

LP1



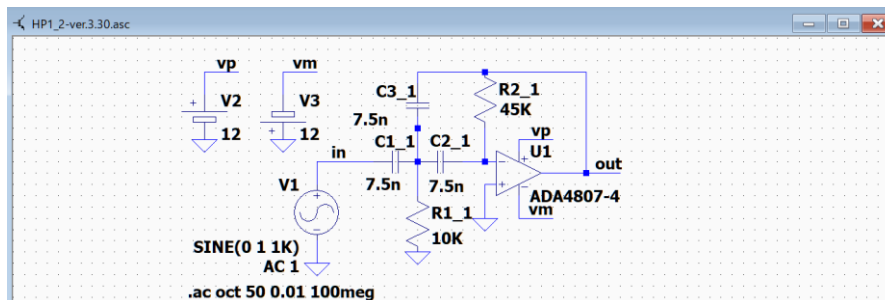
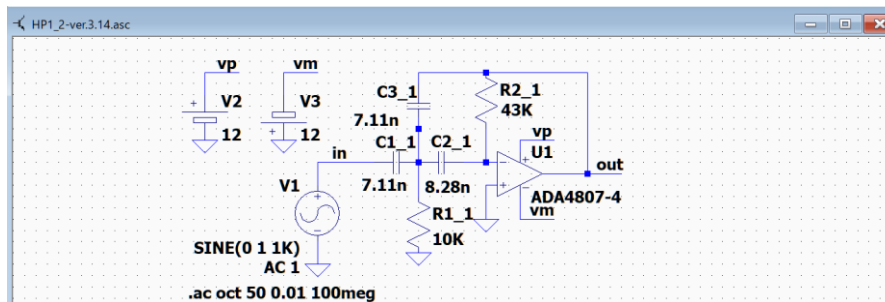
LP2



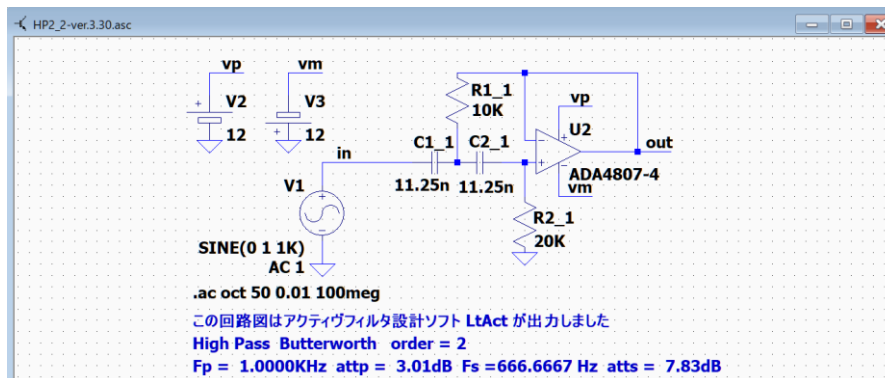
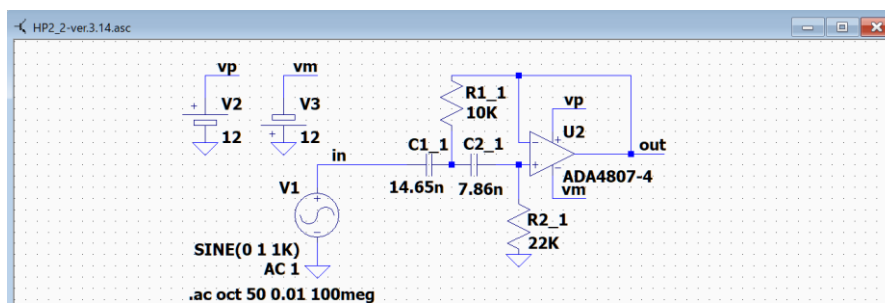
アクティブフィルタの設計と合成

LtAct ver.3.30 での変更点

HP1



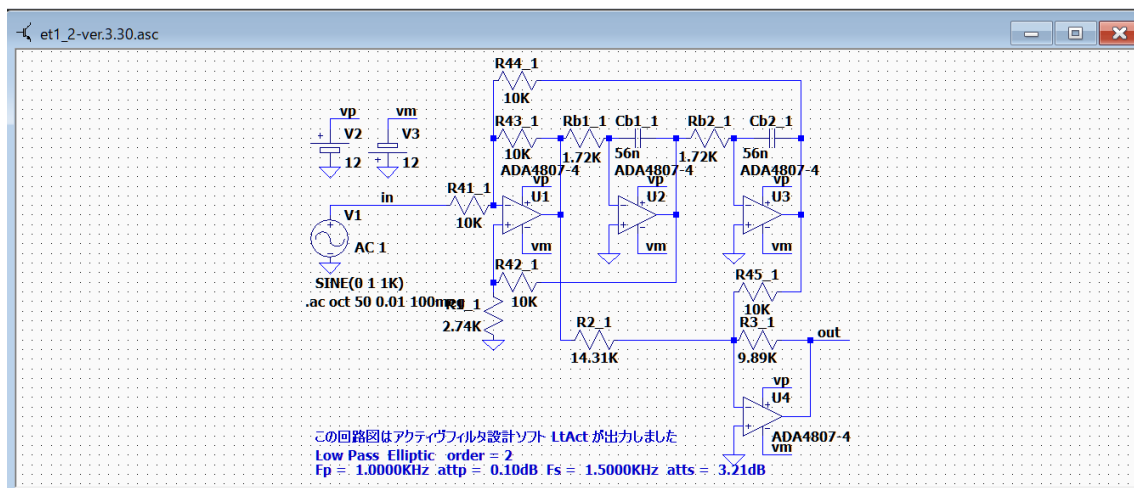
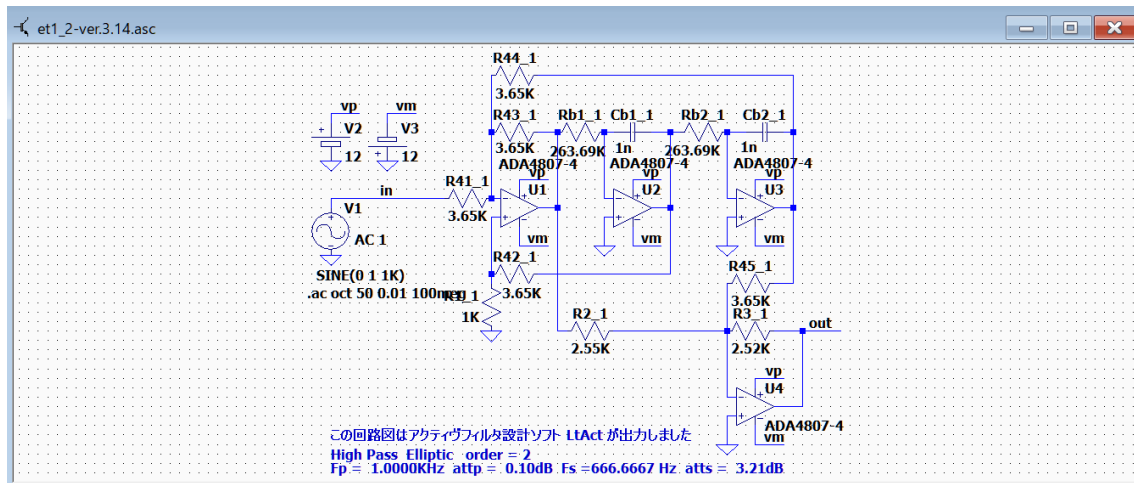
HP2



アクティブフィルタの設計と合成

LtAct ver.3.30 での変更点

ET1



基本回路と伝達関数

基本回路と伝達関数

Diagram of the basic circuit block

1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1

1st order low-pass filter basic circuit lp1

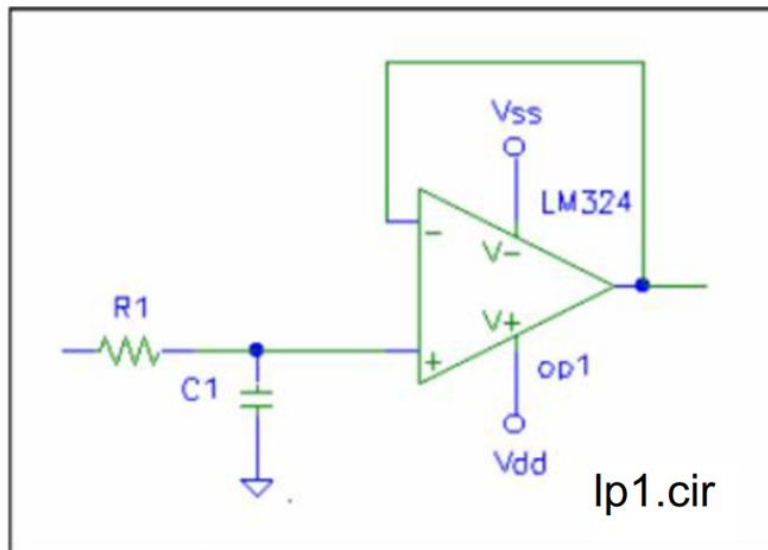


図 2-1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_1.cir

Figure 2-1 1st order low-pass filter basic circuit lp1.cir

lp1_cir の伝達関数

transfer function of lp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-1)$$

奇数次数の各種ローパスフィルタに使用される。

Used for various low-pass filters of odd order.

1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1

1st-order high-pass filter basic circuit hp1

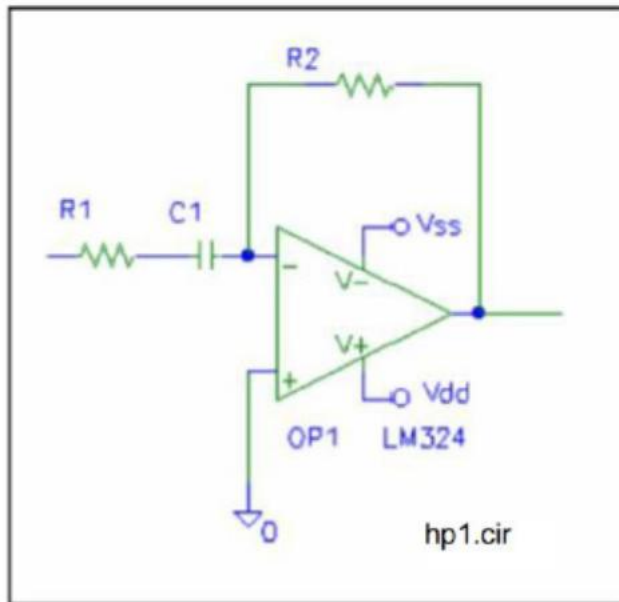


図 4－1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir

Figure 4-1 1st-order high-pass filter basic circuit hp1.cir

hp1.cirの伝達関数

Transfer function of hp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

奇数次数の各種ハイパスフィルタに使用される。

Used for various odd-order high-pass filters.

2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1

2nd order low-pass filter basic circuit LP1

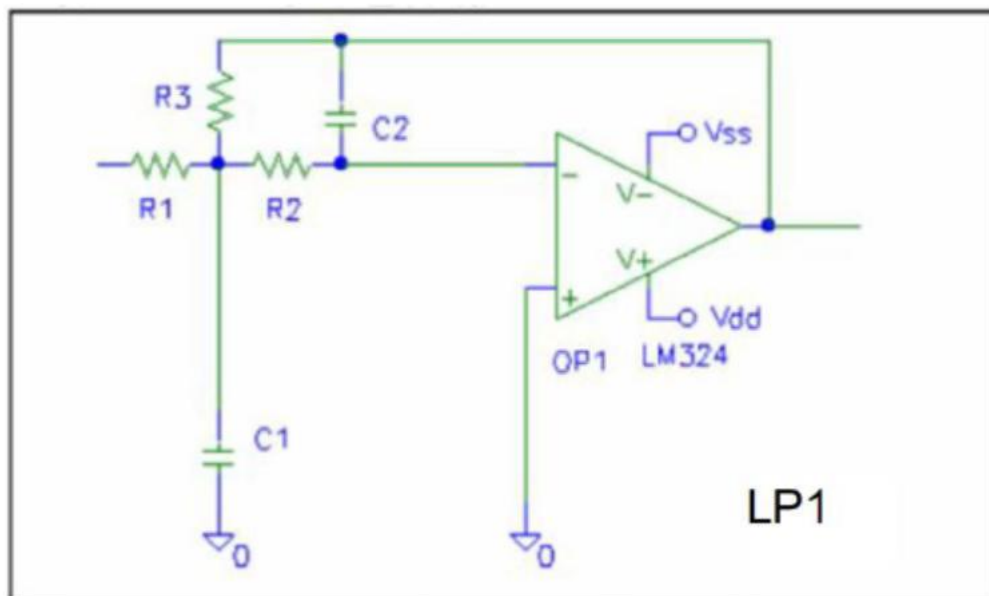


図 2-3 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1 (lpat1_2.cir)

Figure 2-3 2nd order low-pass filter basic circuit LP1 (lpat1_2.cir)

LP1 の伝達関数

Transfer function of LP1

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

$$C_2 = C, C_1 = m \cdot C, R_1 = R, R_2 = k \cdot R, R_3 = R$$

$k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のローパスフィルタ基本回路 LP2

2nd order low-pass filter basic circuit LP2

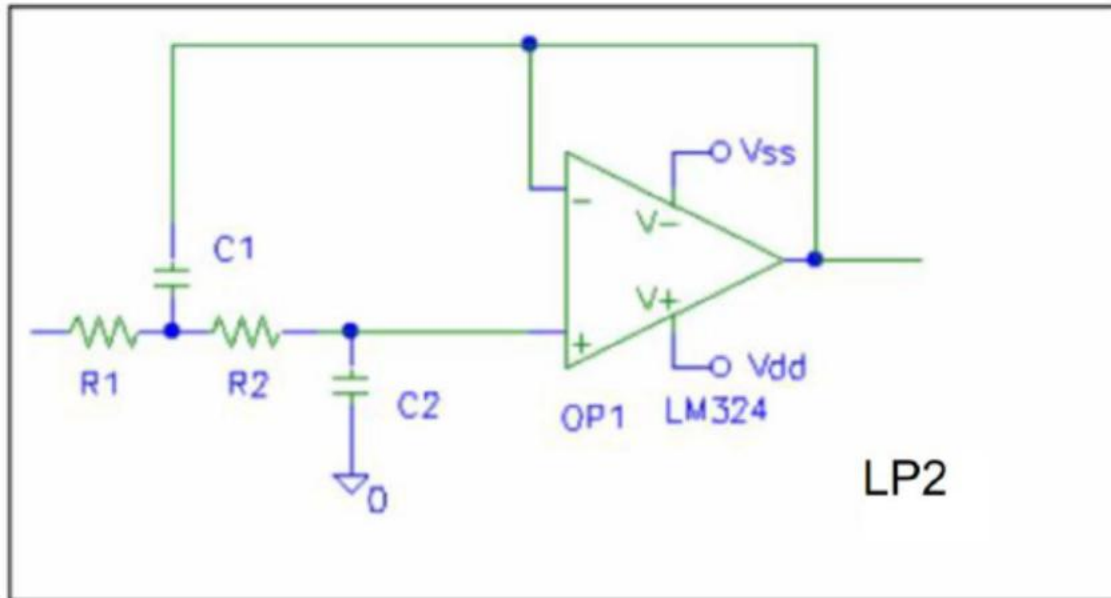


図 2-4 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP 2 (lpat2_2.cir)

Figure 2-4 Quadratic function low-pass filter basic circuit LP2 (lpat2_2.cir)

LP 2 の伝達関数

Transfer function of LP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

$$C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$$

$k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP1

2nd order high-pass filter basic circuit HP1

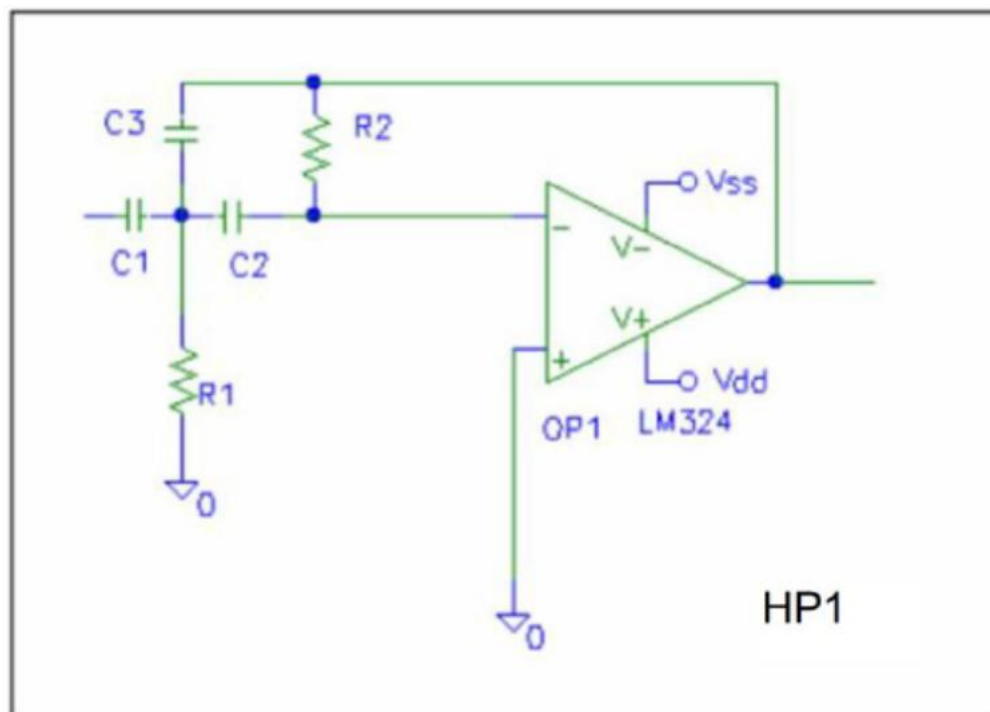


図 4 - 2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP 1 (hpat1_2.cir)

Figure 4-2 2nd order high-pass filter basic circuit HP1 (hpat1_2.cir)

HP 1 の伝達関数

Transfer function of HP1

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

$$C_1 = C, C_2 = m \cdot C, C_3 = C, R_1 = R, R_2 = k \cdot R$$

$m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP2

2nd order high-pass filter basic circuit HP2

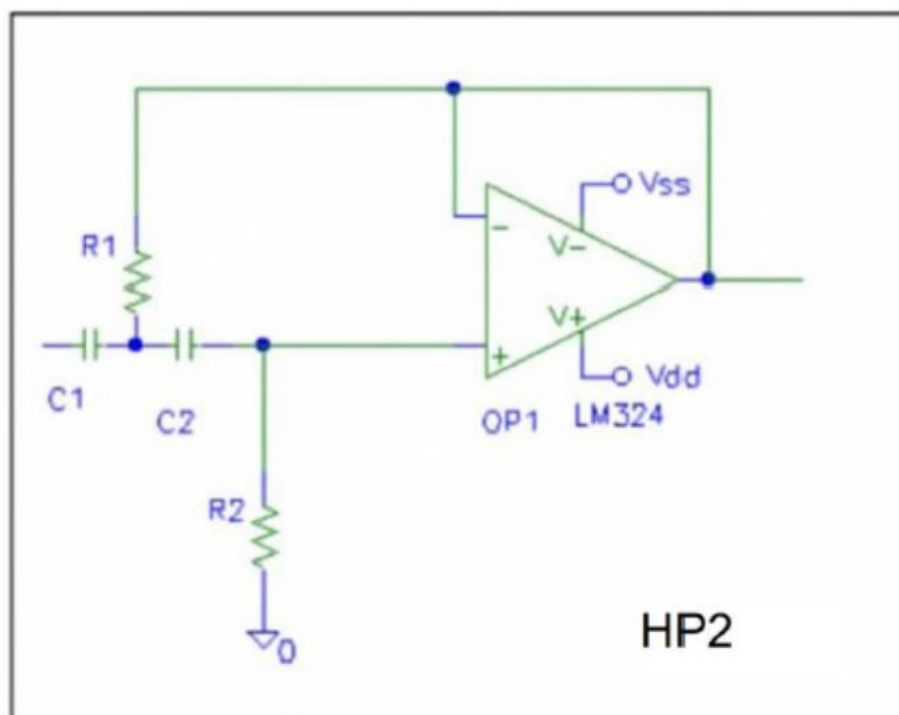


図 4－3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 H P 2 (hpat2_2.cir)

Figure 4-3 2nd order high-pass filter basic circuit HP2 (hpat2_2.cir)

HP 2 の伝達関数

Transfer function of HP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

$$C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$$

$m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$ に設定する。

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP1

1st order bandpass filter basic circuit BP1

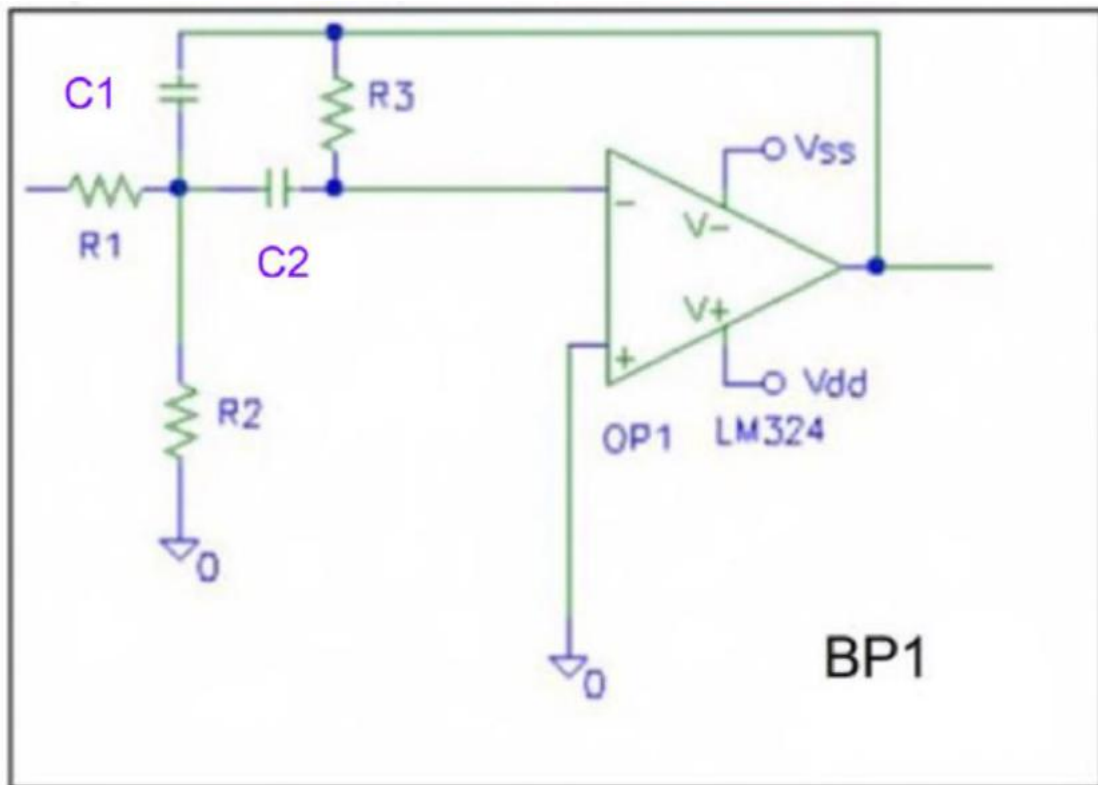


図 6 - 1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 1 (bpat1.cir)

Figure 6-1 1st order bandpass filter basic circuit BP1 (bpat1.cir)

B P 1 の伝達関数

Transfer function of BP1

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3C^2}} \quad (6-1)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP2

1st order bandpass filter basic circuit BP2

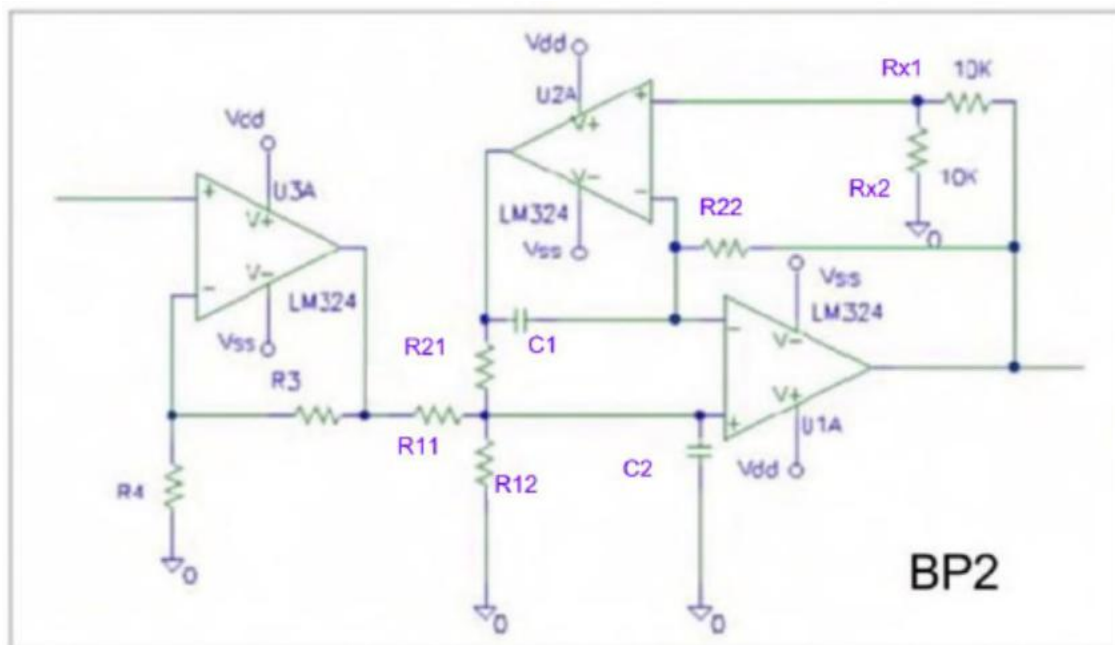


図 6 - 2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 2 (bpat2.cir)

Figure 6-2 1st order bandpass filter basic circuit BP2 (bpat2.cir)

B P 2 の伝達関数

Transfer function of BP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

「LtAct」の計算値が $R_3 = 0$ になる時には、「LTSpice」では素子値に 0 を使用することが出来ないで、「LtAct」は $R_3 = 10\text{m}$ (0.01) を出力します。

When the calculated value of "LtAct" is $R_3 = 0$, "LTSpice" cannot use 0 for the element value, so "LtAct" outputs $R_3 = 10\text{m}$ (0.01).

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1

Basic circuits for BE filters and various filters BE1

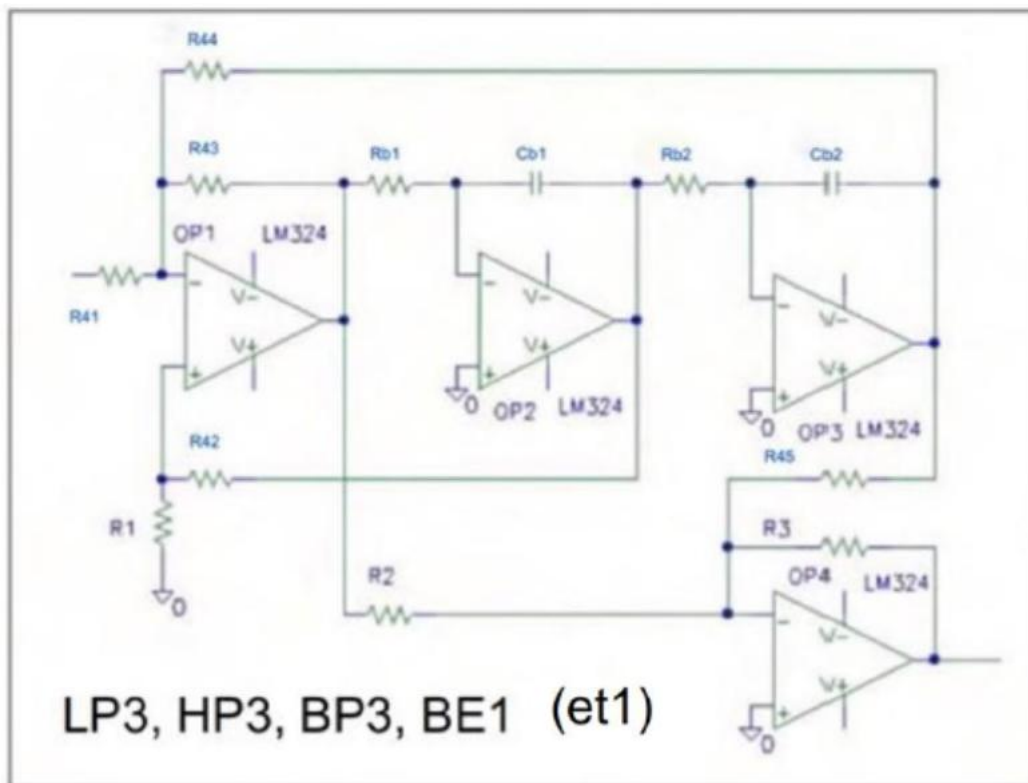


図 2-5 2 次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet1_2.cir)

Figure 2-5 Basic circuit used in secondary low-pass filters and others (lpet1_2.cir)

この回路はLP3、HP3、BP3、BE1、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP3, HP3, BP3, BE1, highpass, bandpass and BE filters.

et1(LP3、HP3、BP3、BE1)の伝達関数

Transfer functions of et1(LP3, HP3, BP3 and BE1)

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$

$R = R_{41} \sim R_{45}$ は任意に設定する 「LtAct」 のver.3.30では 10K に設定している。

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2

Basic circuits for BE filters and various filters BE2

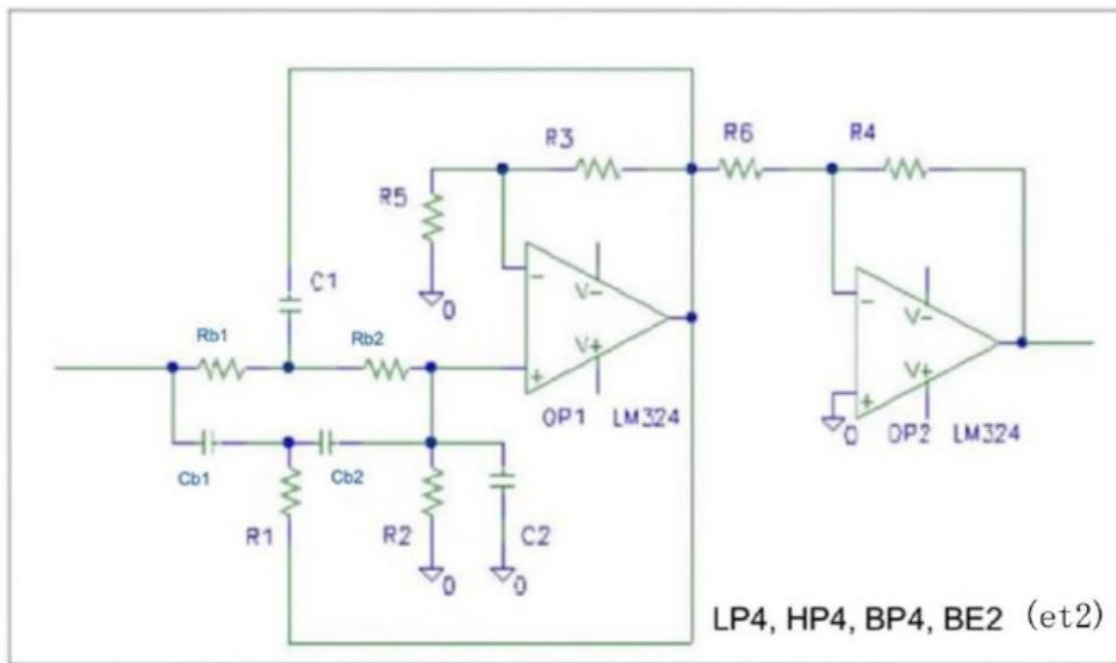


図 2-6 2 次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet2_2.cir)

Figure 2-6 Basic circuit used in secondary low-pass filters and others (lpet2_2.cir)

この回路はLP4, HP4, BP4, BE2、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP4, HP4, BP4, BE2, highpass, bandpass and BE filters.

et2(LP4, HP4, BP4, BE2)の伝達関数

Transfer functions of et2(LP4, HP4, BP4 and BE2)

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

R_5 と R_6 は 10K に固定されている

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2

目次

アクティブフィルタの設計と合成	1
Active filter design and synthesis	1
LtAct ver.3.30 での変更点	2
基本回路と伝達関数	6
1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1	6
1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1	7
2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1	8
2 次のローパスフィルタ基本回路 LP2	9
2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP1	10
2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP2	11
1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP1	12
1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP2	13
BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1	14
BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2	15
目次	16
アクティブフィルタの設計プログラム（予定）	23
Active filter design program	23
プログラム操作の流れ（予定）	23
参考文献	26
References	28
第1章 ローパスフィルタの設計	30
1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	30
1-2 極のみを持つ伝達関数の例	33
1-3 バターワースフィルタの設計	33
1-4 バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ	34
1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計	35
次数の決定方法	36
次数ごとの利得関数の確認	38
利得関数 $m=1, 2$	38
利得関数 $m=3, 4$	39
利得関数 $m=5$	40
利得関数 $m=6$	41
利得関数 $m=7$	42

利得関数 $m=8$	43
利得関数 $m=9$	44
利得関数 $m=10$	45
1-6 チェビシェフローパスフィルタの設計.....	46
1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ.....	48
1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計	49
次数の決定方法	51
1-9 逆チェビシェフローパスフィルタの設計	53
1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	56
1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計	57
次数の決定方法	59
1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計 2	64
1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計..	66
第1種の楕円積分.....	69
楕円積分のもう一つの表現.....	74
$Rm(x, L)$ に対する周期長方形	78
例	89
1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ	90
次数の決定方法	91
プログラムによって伝達関数を求める例	94
1-15 与えられた次数による楕円関数ローパスフィルタの設計.....	101
第2章 ローパスフィルタの合成	103
2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式.....	103
2-2 ローパスフィルタの種類と伝達関数	107
2-2-a バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ.....	107
2-2-b チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ.....	108
2-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	109
2-2-d 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ	110
2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	111
2-3-1 1次の回路のローパスフィルタへの適用	111
2-3-2 2次の回路のローパスフィルタへの適用	111
2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用	111
2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用	117
2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用	119
2-3-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用	123
第3章 ハイパスフィルタの設計	127

3-1	ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	127
3-2	ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する	130
3-3	バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	131
3-4	与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計	132
3-5	チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	133
3-6	与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計	134
3-7	逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	135
3-8	与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計	137
3-9	楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	139
3-10	与えられた次数による楕円関数ハイパスフィルタの設計	141
第4章	ハイパスフィルタの合成	142
4-1	ハイパスフィルタの種類と基本回路形式	142
4-2	各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	145
4-2-1	1次の回路のハイパスフィルタへの適用	145
4-2-2	2次の回路のハイパスフィルタへの適用	146
4-2-a	バターワースハイパスフィルタへの適用	146
4-2-b	チェビシェフハイパスフィルタへの適用	149
4-2-c	逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用	150
4-2-d	楕円関数ハイパスフィルタへの適用	153
第5章	バンドパスフィルタの設計	158
5-1	バンドパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	158
5-2	ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する	161
5-3	バターワースバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	169
5-4	与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計	170
5-5	チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	171
5-6	与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計	173
5-7	逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	174
5-8	与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計	176
5-9	楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	177
5-10	総体的なバンドパスフィルタの設計の手順	180
第6章	バンドパスフィルタの合成	181
6-1	バンドパスフィルタの種類と基本回路形式	181
6-2	各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	184
6-2-a	バターワースバンドパスフィルタへの適用	185
6-2-b	チェビシェフバンドパスフィルタへの適用	188
6-2-c	逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用	191

6-2-d 楕円関数バンドパスフィルタへの適用.....	198
第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計.....	206
7-1 バンドエリミネーションフィルタ (B E フィルタ) の種類と周波数特性グラフ.....	206
7-2 ローパスフィルタをB E フィルタに変換する.....	209
7-3 バターワースB E フィルタの伝達関数のまとめ.....	217
7-4 与えられた仕様を満たすバターワースB E フィルタの設計.....	218
7-5 チェビシェフB E フィルタの伝達関数のまとめ.....	219
7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフB E フィルタの設計.....	220
7-7 逆チェビシェフB E フィルタの伝達関数のまとめ.....	221
7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフB E フィルタの設計.....	223
7-9 楕円関数B E フィルタの伝達関数のまとめ.....	224
7-10 総体的なB E フィルタの設計の手順.....	227
第8章 B E フィルタの合成.....	228
8-1 B E フィルタの種類と基本回路形式.....	228
8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定.....	230
8-2-a バターワースB E フィルタへの適用.....	230
l p e t 1__2. c i rを使用するとき.....	231
l p e t 2__2. c i rを使用するとき.....	232
8-2-b チェビシェフB E フィルタへの適用.....	236
l p e t 1__2. c i rを使用するとき.....	237
l p e t 2__2. c i rを使用するとき.....	239
8-2-c 逆チェビシェフ B E への適用.....	242
l p e t 1__2. c i rを使用するとき.....	244
l p e t 2__2. c i rを使用するとき.....	246
8-2-d 楕円関数 B E への適用.....	249
l p e t 1__2. c i rを使用するとき.....	251
l p e t 2__2. c i rを使用するとき.....	253
第9章 アナログフィルタからデジタルフィルタへの変換 (双1次変換).....	256
9-1 デジタルフィルタの伝達関数の形.....	257
9-2 デジタルフィルタの構成.....	258
9-4 デジタル ローパスフィルタの伝達関数.....	259
9-4-1 バターワース ローパスフィルタ.....	259
9-4-2 チェビシェフ ローパスフィルタ.....	261
9-4-3 逆チェビシェフ ローパスフィルタ.....	263
9-4-4 楕円関数 ローパスフィルタ.....	265

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数	267
9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ	267
9-5-2 チェビシェフ ハイパスフィルタ	269
9-5-3 逆チェビシェフ ハイパスフィルタ	271
9-5-4 楕円関数 ハイパスフィルタ	273
9-6 デジタル バンドパスフィルタの伝達関数	275
9-6-1 バターワース バンドパスフィルタ	275
9-6-2 チェビシェフ バンドパスフィルタ	277
9-6-3 逆チェビシェフ バンドパスフィルタ	279
9-6-4 楕円関数 バンドパスフィルタ	283
9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数	286
9-7-1 バターワース B Eフィルタ	286
9-7-2 チェビシェフ B Eフィルタ	288
9-7-3 逆チェビシェフ バンドエリミネーションフィルタ	291
9-7-4 楕円関数 バンドエリミネーションフィルタ	294
第10章 ベッセルローパスフィルタの設計	297
アクティブフィルタの合成	298
第11章 ローパスフィルタの合成	298
1 次のローパスフィルタ基本回路	298
バターワース ローパスフィルタの場合	298
チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	299
楕円関数 ローパスフィルタの場合	299
2 次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r	301
バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合	301
2 次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2 _ 2 . c i r	308
バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合	308
逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	311
楕円関数ローパスフィルタの場合	314
2 次のローパスフィルタ基本回路 l p e t 2 _ 2 . c i r	315
逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	315
楕円関数ローパスフィルタの場合	315
MC A C T 2 関数ドキュメント	317
(1) パラメータの入力	317
(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する	320
アクティブフィルタの合成 (一部重複あり)	324
Windows 版 M c a c t 2 処理ルーチンの解説	389

目次

1。ダイアログ	389
2。処理ルーチンの解説	395

アクティブフィルタの設計プログラム（予定）

Active filter design program

1993/10/13 三浦 高志

1993/10/13 Miura Takashi

プログラム操作の流れ（予定）

Program operation flow (tentative)

1 フィルタの種類を選ぶ（それぞれ別のプログラムとなる可能性もある）

1. ローパスフィルタ
2. ハイパスフィルタ
3. バンドパスフィルタ
4. バンドエリミネーションフィルタ

1. Select the type of filter (each could be a different program)

1. low pass filter
2. high pass filter
3. band pass filter
4. band elimination filter

2 フィルタ特性を選ぶ

1. バターワースフィルタ
2. チェビシェフフィルタ
3. 逆チェビシェフフィルタ
4. 楕円関数フィルタ

2 Selecting filter characteristics

1. butterworth filter
2. Chebyshev filter
3. inverse Chebyshev filter
4. elliptic function filter

3 回路形式を選ぶ

1. 回路形式1（ローパス用）
2. 回路形式2（ローパス用）
3. 回路形式3（ハイパス用）
4. 回路形式4（ハイパス用）

5. 回路形式 5（バンドパス用）
6. 回路形式 6（バンドパス用）
7. 回路形式 7（ステートバリアブルフィルタ）
（ローパス及びハイパス用）
8. 回路形式 8（G I C フィルタ）
（ローパス用）
9. ツインT型フィルタ
（ローパス及びハイパス用）

3 Select the circuit format

1. circuit type 1 (for low-pass)
2. circuit type 2 (for low-pass)
3. circuit type 3 (for high pass)
4. circuit type 4 (for high pass)
5. circuit type 5 (for bandpass)
6. circuit type 6 (for bandpass)
- Circuit type 7 (for state variable filter)
（Circuit type 7 (for low-pass and high-pass)
- Circuit type 8 (GIC filter)
（8. Circuit type 8 (GIC filter) (for low-pass)
9. twin T-type filter
（for low-pass and high-pass)

4 設計方法を選ぶ

1. 次数を指定する
2. 減衰特性を指定する

4 Selecting a design method

1. specify the order
2. specify damping characteristics

5 出力ファイル名を入力して計算を実行する

5 Enter the output file name and run the calculation

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの設計プログラム（予定）

参考文献

1. アナログフィルタの設計 著者 M. E. VAN VALKENBURG
監訳者 柳沢 健、訳者 金井 元
発行所 秋葉出版株式会社、1985年3月25日 初版発行
〒101 東京都千代田区神田和泉町1-2-5 電話(03)866-5491
2. 電子フィルタ 回路設計ハンドブック 著者 A. B. WILLIAMS
監訳者 加藤 康雄、訳者 荒木 亮一
発行所 マグロウヒル ブック株式会社、昭和60年11月25日第1刷発行
〒104 東京都中央区銀座4-14-11 (七十七ビル) 電話(03)542-8821
3. 実用アナログフィルタ設計法 著者 今田 悟／深谷 武彦
発行所 CQ出版株式会社、1989年1月30日 初版発行
〒170 東京都豊島区巣鴨1-14-2 電話(03)5395-2121
4. アクティブフィルタの設計 著者 柳沢 健／金光 磐
発行所 株式会社 産報、1973年12月5日 初版印刷
〒105 東京都港区浜松町1-10-17 電話(03)436-4151
5. MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN
著者 John L. Hilburn & David E. Johnson
発行所 McGraw-Hill Book Company
1221 Avenue of the Americas New York,
New York 10020
6. トランジスタ技術 1988年2月号
(保存版 アナログフィルタのすべて)
著者 深谷 武彦／今田 悟／林 宏／岩室 光／池田 哲夫
発行所 CQ出版社
7. Approximation Methods for Electronic Filter Design
著者 R. W. Daniels
発行所 McGraw Hill、1974

参考文献

8. デジタル信号処理のポイント 著者 石田 義久／鎌田 弘之
発行所 産業図書株式会社、1989年7月31日初版第1刷
〒102 東京都千代田区飯田橋2-11-3 電話(03)3261-7821
9. Handbook of Filter SYNTHESIS 著者 Anatol I. Zverev
発行所 JOHN WILEY & SONS、1967

References

References

1. Design of Analog Filters Author M. E. VAN VALKENBURG
Supervisor Ken Yanagisawa, Translator Hajime Kanai
Publisher Akiba Publishing Co., Ltd. first published March 25, 1985
1-2-5 Kanda Izumi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo 101, Japan Telephone (03)866-5491
2. Handbook of Electronic Filter Circuit Design Author A. B. WILLIAMS
Supervisor Yasuo Kato, Translator Ryoichi Araki
Publisher McGraw-Hill Book Co. 1st printing, November 25, 1985
4-14-11 Ginza, Chuo-ku, Tokyo 104, Japan Telephone (03)542-8821
3. Practical Analog Filter Design Method Author Satoru Imada / Takehiko Fukaya
Publisher CQ Publishing Co., Ltd. first published January 30, 1989
1-14-2 Sugamo, Toshima-ku, Tokyo 170, Japan Telephone (03)5395-2121
4. Design of Active Filters Author Ken Yanagisawa / Iwao Kanemitsu
Publisher Sanpo Corporation, December 5, 1973 First printing
1-10-17 Hamamatsucho, Minato-ku, Tokyo 105, Japan Telephone (03)436-4151
5. MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN
Author John L. Hilburn & David E. Johnson
Publisher McGraw-Hill Book Company
1221 Avenue of the Americas New York, New York 10020
New York, New York 10020
6. Transistor Technology, February 1988
(Preservation Edition: All About Analog Filters)
Author Takehiko Fukaya / Satoru Imada / Hiroshi Hayashi / Hikaru Iwamuro /
Tetsuo Ikeda
Published by CQ Publications, Inc.
7. Approximation Methods for Electronic Filter Design
Author R.W. Daniels
Published by McGraw Hill, 1974

References

8. Key Points of Digital Signal Processing Author: Yoshihisa Ishida / Hiroyuki Kamada
Publisher Sangyo Shobo K.K., First edition, 1st printing, July 31, 1989
2-11-3 Iidabashi, Chiyoda-ku, Tokyo 102, Japan Telephone (03)3261-7821
9. Handbook of Filter SYNTHESIS Author Anatol I. Zverev
Publisher JOHN WILEY & SONS, 1967

アナログフィルタの設計と合成

第 1 章 ローパスフィルタの設計

Chapter 1: Low-pass Filter Design

1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

1-1 Types of low-pass filters and their frequency response graphs

- a. Butterworth low-pass filter
- b. Chebyshe flow pass filter
- c. Inverse Chebyshe flow pass filter
- d. Elliptic function low pass filter

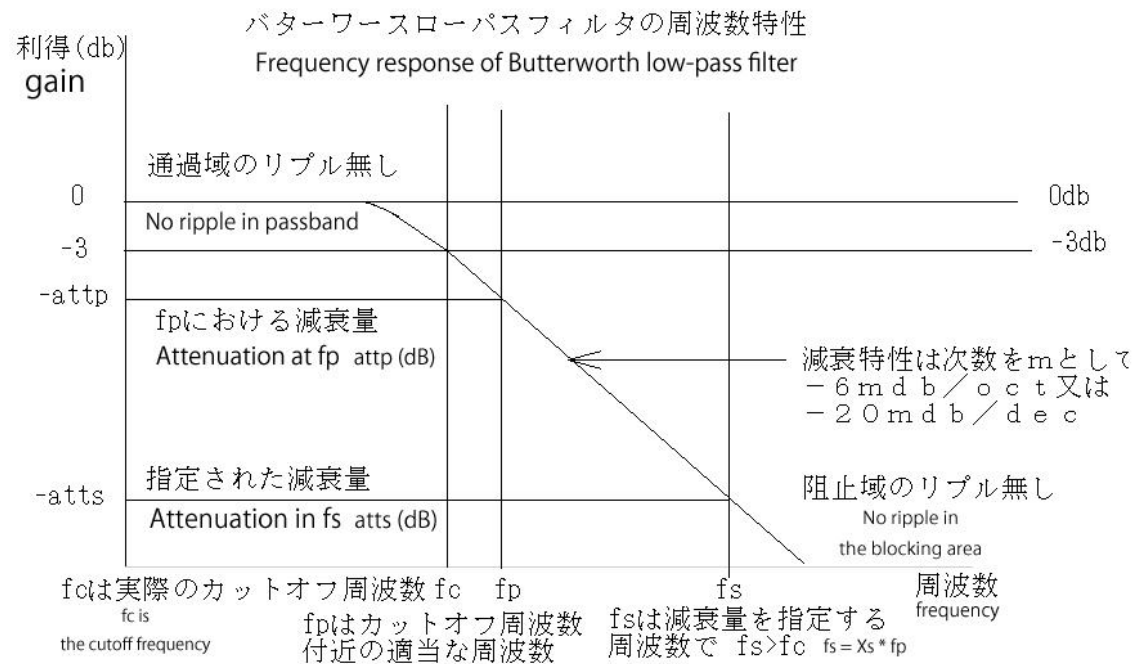


図 1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-1 Frequency response of Butterworth low-pass filter

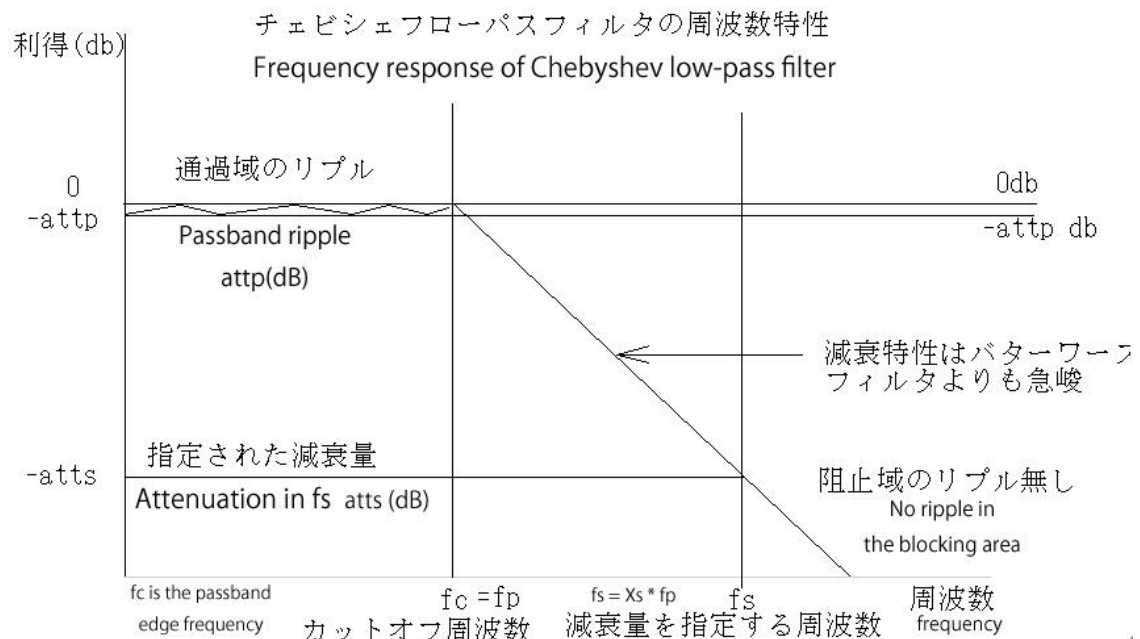


図 1 - 2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-2 Frequency response of Chebyshev low pass filter

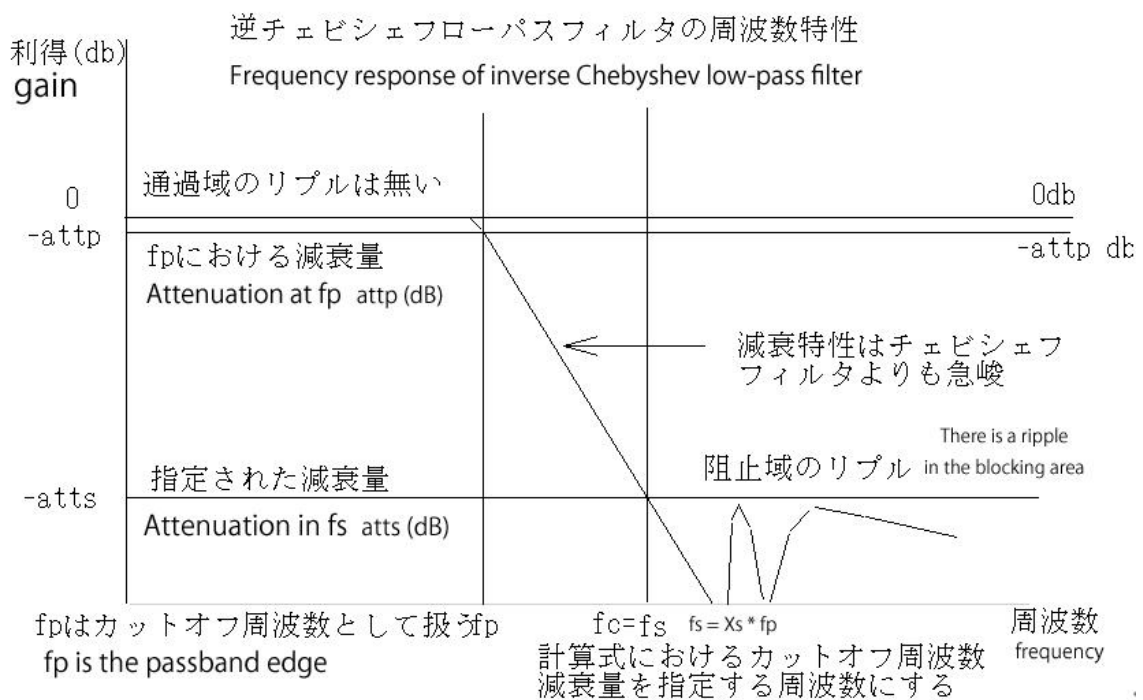


図 1 - 3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-3 Frequency response of inverse Chebyshev low pass filter

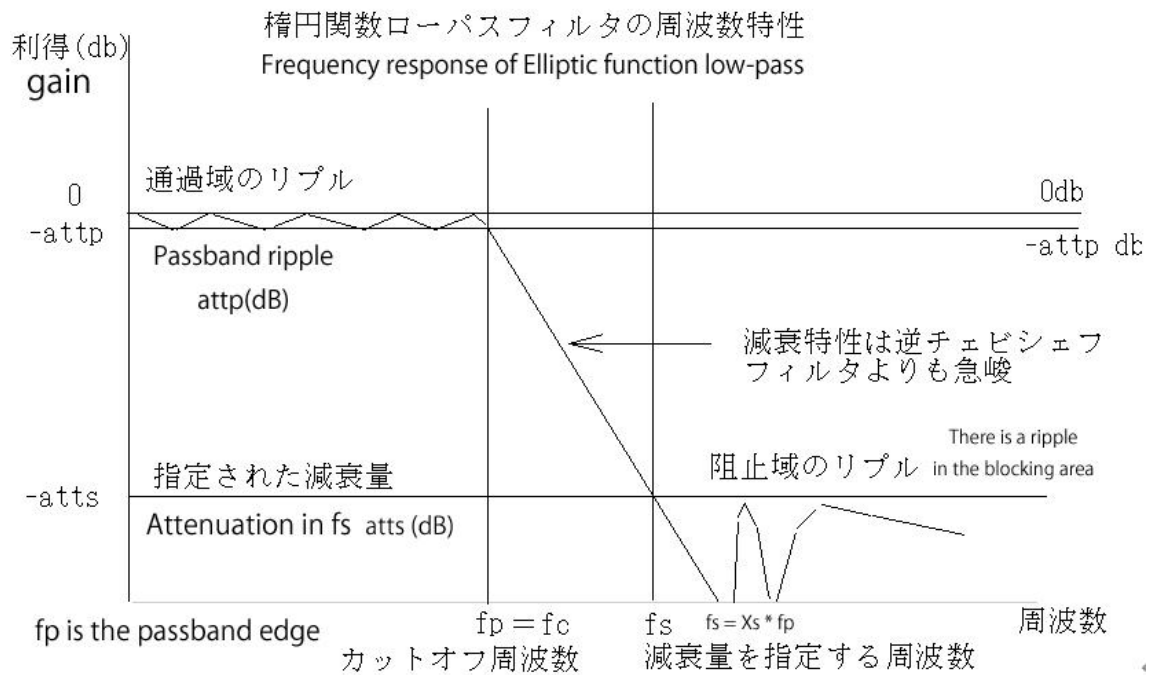


図 1 - 4 楕円関数ローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-4 Frequency response of elliptic function low-pass filter

1-2 極のみを持つ伝達関数の例

$$\text{1 次の関数} \quad H_1(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (1-1)$$

$$\text{2 次の関数} \quad H_{2k}(\omega_{ck}, s) = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-2)$$

$$\text{m 次の関数} \quad H_m(\omega_c, s) = \left\{ H_1(\omega_{c0}, s) \right\} \prod_{k=1}^{m/2} H_{2k}(\omega_{ck}, s) \quad (1-3)$$

1-3 バターワースフィルタの設計

m 次のバターワースローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2m}} \quad (1-4)$$

ここで、 $s = j\omega$ として上式に代入し、分母=0 とすると極が求まります。

$$s = j\omega_c \sqrt[2m]{-1}$$

$$\sqrt[2m]{-1} = \exp(j \frac{\pi(2k+1)}{2m}) \dots (k = 0, 1, \dots, 2m-1)$$

$$j = \exp(j \frac{\pi}{2}) = \exp(j \frac{m\pi}{2m})$$

$$s = \omega_c \exp\left(j \frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \quad (1-5)$$

$$s = \omega_c \left\{ \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) + j \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \right\}$$

これらの極は半径 ω_c の円上に並びますが、実際にフィルタを構成する場合には、s 平面の左半面にある極のみを用います。

従って、 $\theta = \frac{\pi(2k+1+m)}{2m} = \pi$ となる k 以外では共役複素根を持つことになります。

極の共役複素根を、 $s = p_k \pm jq_k$ とすると、

$$\{s - (p_k + jq_k)\} \{s - (p_k - jq_k)\} = s^2 - 2p_k s + (p_k^2 + q_k^2) = s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2$$

が成り立ちます、これから

$$\begin{aligned} \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{\omega_{ck}}{2p_k} \end{aligned} \quad (1-6)$$

1-4 バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

バターワースローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、バターワースローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計

1-4までで、次数 m とカットオフ周波数 ω_c によってバターワースローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

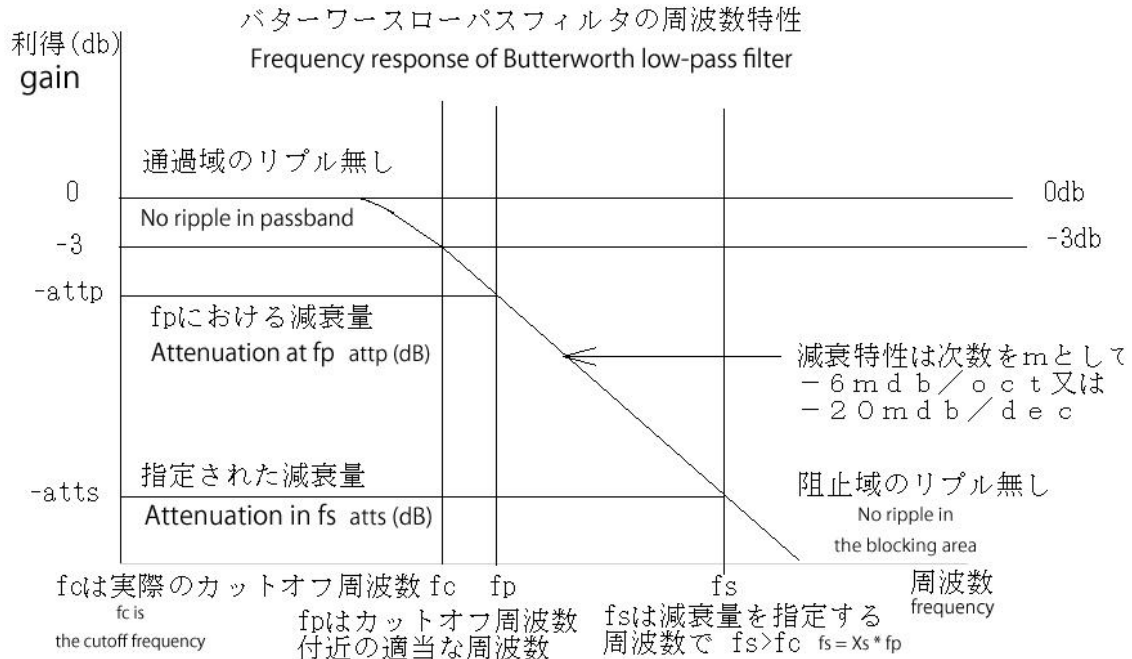


図 1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-1 Frequency response of Butterworth low-pass filter

図 1-1 における、 f_p 、 f_s 、 a_{ttp} 、 a_{tts} を与えられて、実際のカットオフ周波数 f_c 及びフィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_s/f_p)} \quad (1-10)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースローパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

$$f_c = f_p / \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1} \quad (1-11)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 m と ω_c を(1-7)から(1-9)に適用すると最終的な設計が完了します。

1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計

次数の決定方法

カットオフ周波数またはその近辺の周波数 f_p (Hz)と減衰量 a_p (dB)および、周波数 f_s (Hz)と減衰量 a_s (dB)を与えて、周波数 f_s (Hz)における減衰量が a_s (dB)以上となるフィルタの次数 m を求める。

注意：

ゲイン a_s は 0dB 以下の負の数値だが、 a_s を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-10) では、 a_{tp} と a_{ts} は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

バターワース・ローパスフィルタのカットオフ周波数が f_c の場合、周波数が f_p における減衰量 a_p (dB)は次式で示される。

式 (1-4) より、

$$a_p = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m}}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m} \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (1)$$

従って、

$$10^{\frac{a_p}{10}} = 1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m} \therefore \frac{f_p}{f_c} = \sqrt[2m]{10^{\frac{a_p}{10}} - 1} \quad (2)$$

同様に、

$$a_s = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{f_s}{f_c}\right)^{2m} \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (3)$$

$$10^{\frac{a_s}{10}} = 1 + \left(\frac{f_s}{f_c}\right)^{2m} \therefore \left(\frac{f_s}{f_c}\right)^{2m} = 10^{\frac{a_s}{10}} - 1 \quad (4)$$

(4) 式の両辺を常用対数にすると、

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{f_s}{f_c}\right) = \log_{10} (10^{\frac{a_s}{10}} - 1) \quad (5)$$

(2) 式より、

$$f_c = \frac{f_p}{\sqrt[2m]{10^{\frac{a_p}{10}} - 1}} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入すると、

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fc} \right) = 2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = \log_{10} \left(10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

$$2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10} \left(\frac{fp}{\sqrt[2m]{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fp) + \frac{1}{2m} \cdot \log_{10} \left(10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right) + \log_{10} \left(10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) = \log_{10} \left(10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

従って、

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \log_{10} \left(\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_{10} \left(\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)}{\log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-10) が得られた。

フィルターの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、
ローパスフィルタの次数を決定する。

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

次数ごとの利得関数の確認

伝達関数 $H_m(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$ の利得関数が、

$$|H_m(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2m}} \quad \text{となるかどうかを確認する。}$$

m次の伝達関数は、(1-3) より

$$H_m(\omega_c, s) = \{H_1(\omega_c, s)\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} H_{2k}(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$$

よって、利得関数は次式となります。

$$|H_m(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \left| \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2} \right|^2 = \left\{ \left| \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c} + 1} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + j\frac{1}{Q_k} \frac{\omega}{\omega_c}} \right|^2$$

$$= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right\}^2 + \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\text{従って、} |H_m(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

利得関数 m=1, 2

m=1 では、

$$|H_1(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2m}}$$

m=2 では、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.707107)^2 = 2$$

よって、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{2 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2m}}$$

利得関数 $m=3, 4$

$m=3$ では、

$$|H_3(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{6}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.5)^2 = 1$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_3(\omega_c, s)|^2 &= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{1 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

$m=4$ では、

$$|H_4(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^1 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.382683)^2 = 0.585786$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.92388)^2 = 3.41421$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_4(\omega_c, s)|^2 &= \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{0.585786 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{3.41421 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\}^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

利得関数 m=5

m=5 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_5(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^1 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{10}\right)\right\}^2 = 0.381966$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{10}\right)\right\}^2 = 2.61803$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_5(\omega_c, s)|^{-2} &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.381966 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{2.61803 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 + (0.618034 - 1.61803) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=6

m=6 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_6(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^2 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{7 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 0.267949$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{9 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 3.73205$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_6(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{0.267949 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{2 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{3.73205 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.73205 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.73205 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 + (1.73205 - 1.73205) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] = \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 $m=7$

$m=7$ では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_7(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^2 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 0.198062$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 1.55496$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 3.24698$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_7(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.198062 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \right. \\ &\quad \left. \{1.55496 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{3.24698 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 0.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.24698 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \left[1 + 1.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 0.801938 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{14} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=8

m=8 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_8(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^3 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{9 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 0.152241$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 1.23463$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{13 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 2.76537$$

$$\left(\frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{15 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 3.84776$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_8(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.84776 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 0.765367 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 0.765367 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.84776 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[1 + 3.41421 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \cdot \left[1 + 3.41421 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{16} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=9

m=9 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_9(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^3 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = .1206147585$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{14 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 2.347296358$$

$$\left(\frac{1}{Q_3}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{16 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 3.532088888$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_9(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.879385242 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.347296358 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.532088888 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10}\right] \left[1 + \right. \\ &\quad \left. 2.532088891 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{18} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 $m=10$

$m=10$ では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^4 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.9788696811$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{13 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.8244294960$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{15 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left(\frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{17 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.175570507$$

$$\left(\frac{1}{Q_4} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{19 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.902113032$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.902113032 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.175570504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.175570507 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.902113032 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[1 + 5.236067961 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3.077683531 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + 5.236067961 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 6.155367051 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - 3.077683531 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \cdot \left[1 + 4.236067981 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 3.077683539 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 3.077683539 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{20} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

1-6 チェビシェフローパスフィルタの設計

m 次のチェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_m^2(\omega/\omega_c)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

$\omega = 0$ と $\omega = \omega_c$ における $\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2$ の代表値はそれぞれ次のようになります。

$$\left| H_m(\omega_c, 0) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{2}\right)} \quad (1-15)$$

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega_c) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \quad (1-16)$$

(1-15) は、m が偶数か奇数かによって次のように整理されます。

$$\left| H_m(\omega_c, 0) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \dots\dots\dots m = \text{even} \quad (1-17)$$

$$\left| H_m(\omega_c, 0) \right|^2 = 1 \dots\dots\dots m = \text{odd} \quad (1-18)$$

ε は通過域のリップルを定めるものであり、

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ 、リップルを a t t p (d b) とすると

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \quad (1-19)$$

(1-12) に $s = j\omega$ を適用して、分母多項式 = 0 とすると極を求めることができます。

$$C_m\left(\frac{s}{j\omega_c}\right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-20)$$

ここで、 $\left| \frac{s}{j\omega_c} \right| \leq 1$ とすると (1-13) より

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right)\right\} = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-21)$$

$$\text{さらに、} \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right) = a + jb \quad (1-22)$$

とすると、

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(\frac{s}{j\omega_c}\right)\right\} = \cos(ma + jmb) \quad (1-23)$$

$$= \cos(ma) \cosh(mb) - j \sin(ma) \sinh(mb)$$

(1-21) と (1-23) の実部、虚部をそれぞれ等しいとして

$$\cos(ma) \cosh(mb) = 0 \quad (1-24)$$

$$\sin(ma) \sinh(mb) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-25)$$

定義より、 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 従って、 $\cosh(mb) \geq 1$ ですから、

(1-24) は $\cos(ma) = 0$ となります。

$$\text{従って、 } ma = \frac{\pi(2k+1)}{2} \quad (1-26)$$

$$\therefore a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

(1-26) を (1-25) に代入すると、 $\sin(ma) = \pm 1$ より

$$\sinh(mb) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-27)$$

$$\therefore b = \pm \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \pm d$$

(1-26) と (1-27) を式 (1-22) に代入すると

$$\cos^{-1}(s/j\omega_c) = a_k \pm jd \quad (1-28)$$

$$\frac{s}{j\omega_c} = \cos(a_k \pm jd) = \cos(a_k) \cosh(d) \pm j \sin(a_k) \sinh(d)$$

$$\therefore s = \omega_c \{ \pm \sin(a_k) \sinh(d) + j \cos(a_k) \cosh(d) \}$$

$s = -p_k \pm jq_k$ とすると、

$$p_k = \omega_c \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (1-29)$$

$$q_k = \omega_c \cos(a_k) \cosh(d)$$

上式を (1-2) に適用すると

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \quad (1-30)$$

$$Q_k = \frac{\omega_{ck}}{2p_k}$$

ローパスフィルタの設計

m が奇数の時、 $k = \frac{m-1}{2}$ の時 $a_k = \frac{\pi}{2}$ となり

$p_k = \omega_c \sinh(d)$, $q_k = 0$ となります。

1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $attp(db)$ とするとき、

$l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計

1-7までで、フィルタの次数 m とカットオフ周波数 ω_c 及び通過域のリプル $attp(db)$ によってチェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

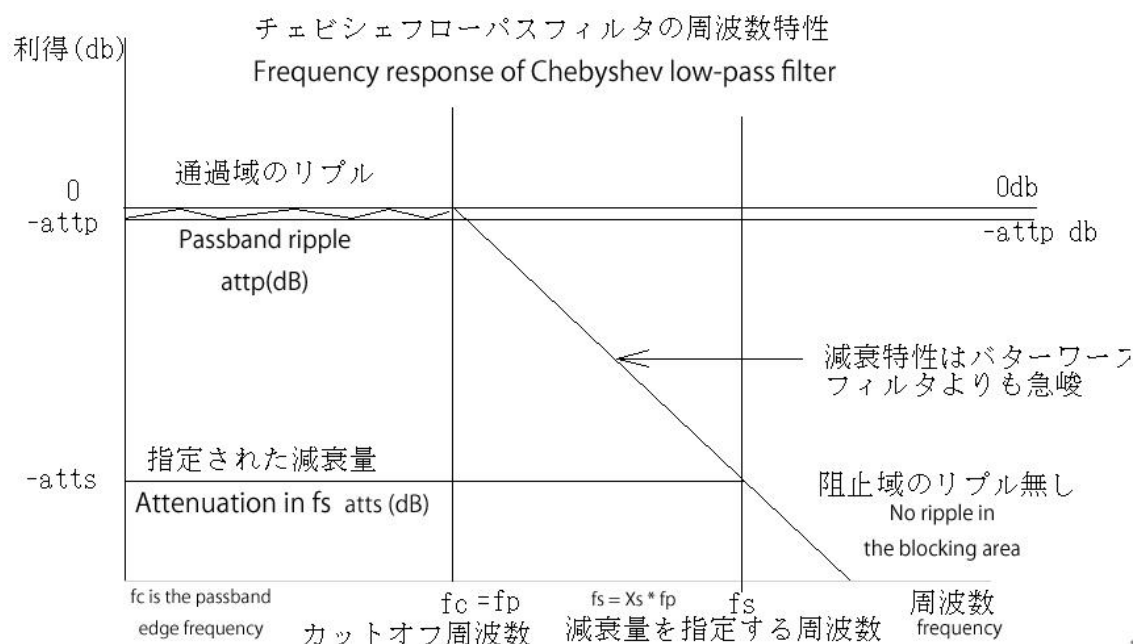


図 1-2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-2 Frequency response of Chebyshev low pass filter

図 1-2 における、 $f_p = f_c$ 、 f_s 、 $attp$ 、 $atts$ を与えられて、チェビシェフローパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_c} \right)} \quad (1-33)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計

次に、 m を（1－3 1）から（1－3 2）に適用すると最終的な設計が完了します。

次数の決定方法

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 a_p (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 a_s (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

注意：

ゲイン a_s は 0dB 以下の負の数値だが、 a_s を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-33) では、 a_{tp} と a_{ts} は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

チェビシェフ・ローパスフィルタのカットオフ周波数が f_p の場合、周波数が f における減衰量 a_f (dB) は次式で示される。

式 (1-12) より、

$$a_f = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{f}{f_p} \right)}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{f}{f_p} \right) \right\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (1)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (2)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (3)$$

$f = f_p$ の時は、 $x = f_p/f_p = 1$ となるので、

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$$

従って、この時の減衰量 a_p は、

$$a_p = -10 \cdot \log_{10}\{1 + \varepsilon^2 \cdot 1\} \quad (\text{負号を除去する}) \quad (4)$$

$$\therefore \varepsilon^2 = 10^{\frac{a_p}{10}} - 1 \quad (5)$$

この a_p は通過域のリプル量を表わす。

$f_s > f_p$ の時は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$ となるので、

$$C_m(x) = \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}$$

従って、減衰量 a_s は、

$$a_s = -10 \cdot \log_{10} \left[1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_p} \right) \right\} \right] \quad (\text{負号を除去する}) \quad (6)$$

従って、

$$10^{\frac{as}{10}} = 1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\}$$

$$\therefore \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\varepsilon^2} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \quad (7)$$

$$\therefore \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{as}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{as}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \right) \quad (9)$$

$$\therefore m = \frac{\cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{as}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}}} \right)}{\cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-33) が得られた。

フィルタの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、
ローパスフィルタの次数を決定する。

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

1-9 逆チェビシェフローパスフィルタの設計

m次の逆チェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left|H_m(\omega_c, j\omega)\right|^2 = \frac{\varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

上式において、1-5 チェビシェフローパスフィルタの設計での以下の式が適用されます。

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

3)

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は極零型になります。

$s = j\omega$ を (1-34) に代入し、分母多項式 = 0 とし、極を求めます。

$$1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(j\frac{\omega_c}{s}\right) = 0 \quad (1-35)$$

$$\therefore C_m\left(j\frac{\omega_c}{s}\right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon}$$

$\left|\frac{\omega_c}{\omega}\right| \leq 1$ とすると、(1-13) を用いて、

$$C_m\left(j\frac{\omega_c}{\omega}\right) = \cos\left\{m \cos^{-1}\left(j\frac{\omega_c}{s}\right)\right\} \quad (1-36)$$

となります。ここで、

$\cos^{-1}\left(j\frac{\omega_c}{s}\right) = a + jb$ とし、(1-36) に代入すると、(1-23) と同様に、

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(j\frac{\omega_c}{s}\right)\right\} = \cos(ma + jmb) \quad (1-37)$$

$$= \cos(ma) \cosh(mb) - j \sin(ma) \sinh(mb)$$

上式を (1-35) の右辺と比較して、実部、虚部をそれぞれ等しいとして、

次のように、(1-24) から (1-27) と等しい結果を得ます。

$$\cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right) = a_k + jd$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (1-38)$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

従って、逆チェビシェフローパスフィルタの極は、

$$\begin{aligned} j\omega_c/s &= \cos(a_k \pm jd) \\ &= \cos(a_k) \cosh(d) \pm j \sin(a_k) \sinh(d) \end{aligned} \quad (1-39)$$

$$\begin{aligned} \therefore s &= \frac{\omega_c}{\pm \sin(a_k) \sinh(d) - j \cos(a_k) \cosh(d)} \\ &= \frac{\pm \sin(a_k) \sinh(d) + j \cos(a_k) \cosh(d)}{\sin^2(a_k) \sinh^2(d) + \cos^2(a_k) \cosh^2(d)} \omega_c \end{aligned}$$

となります。

$s = -p_k \pm jq_k$ として、

$\cos^2(a_k) = 1 - \sin^2(a_k)$ を (1-39) に代入すると、
 $\cosh^2(d) = 1 + \sinh^2(d)$

$$\begin{aligned} p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \omega_c \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \omega_c \end{aligned} \quad (1-40)$$

となります。

一方、分子=0として零点を求めます。

$$\varepsilon^2 C_m^2\left(j\omega_c/s\right) = 0$$

$$\therefore C_m\left(j\omega_c/s\right) = 0$$

$\left|\omega_c/s\right| \leq 1$ とすると、(1-13) を用いて、

$$\cos\left\{m \cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right)\right\} = 0$$

$$\therefore m \cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right) = \frac{\pi(2k+1)}{2} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$\therefore j\omega_c/s = \cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)$$

従って、 $s = j \frac{\omega_c}{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}$ が得られます。

$$r_k = \frac{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}{\omega_c} \quad \text{とすると、} \quad r_k^2 s^2 + 1 = 0 \quad (1-41)$$

1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

以上で、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計

1-10までで、次数 m と減衰量を指定する周波数 ω_c 及び減衰量 $atts(db)$ によって逆チェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

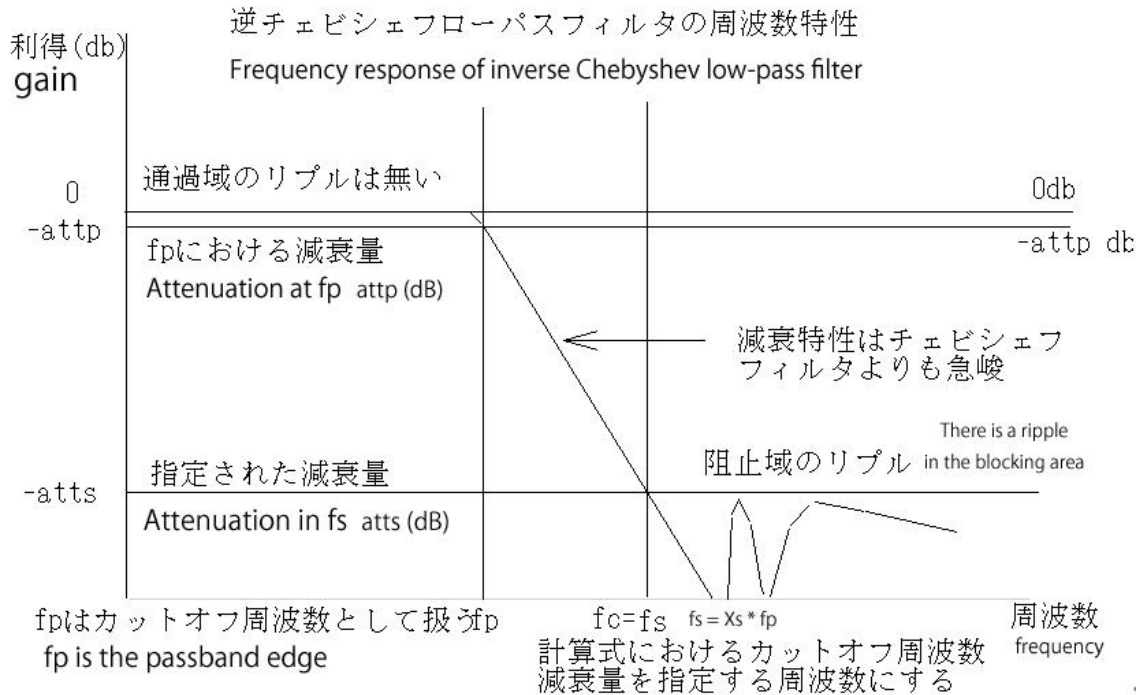


図 1-3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-3 Frequency response of inverse Chebyshev flow pass filter

上図において、計算式における周波数 f_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 f_s 、 f_p はこれまでカットオフ周波数 f_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\omega_c = 2\pi f_s \quad (1-45)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (1-46)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(f_s / f_p \right)} \quad (1-47)$$

従って、フィルタの次数 m は(1-47)の d を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (1-48)$$

次に、 m を(1-42)から(1-43)に適用すると最終的な設計が完了します。

1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計

次数の決定方法

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 ap (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 as (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

注意：

ゲイン as は 0dB 以下の負の数値だが、 as を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-47) では、 att_p と att_s は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

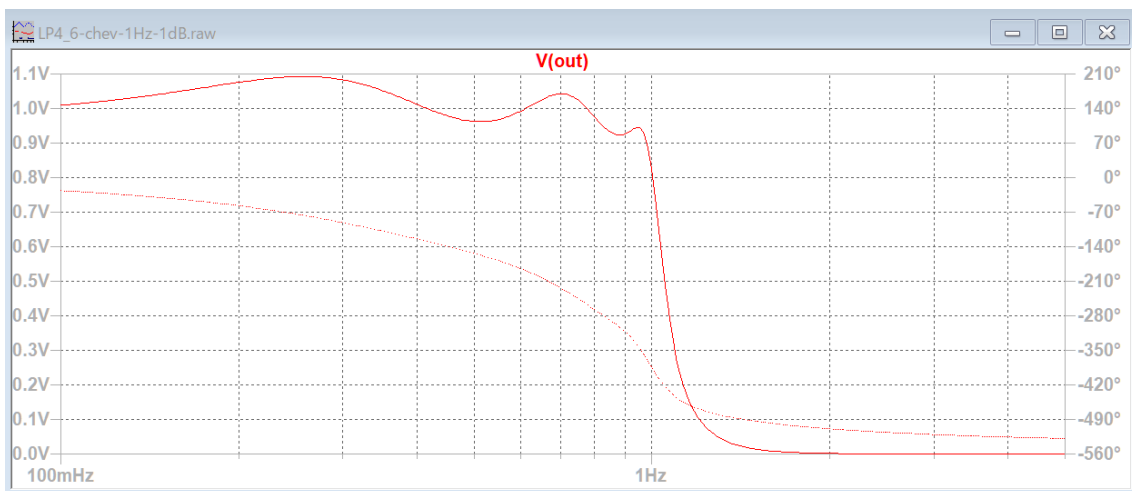
$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

式 (1-12) から式 (1-34) を作成する方法を考えます。

式 (1-12) の特性は下図 (a) で示されます。(ゲインは dB ではなくリニア目盛)

基本角周波数 $\omega = 1$ で、ゲインが $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$ になることが分かります。

一般的には、カットオフ周波数 f_c でゲインが $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$ になるという事です。

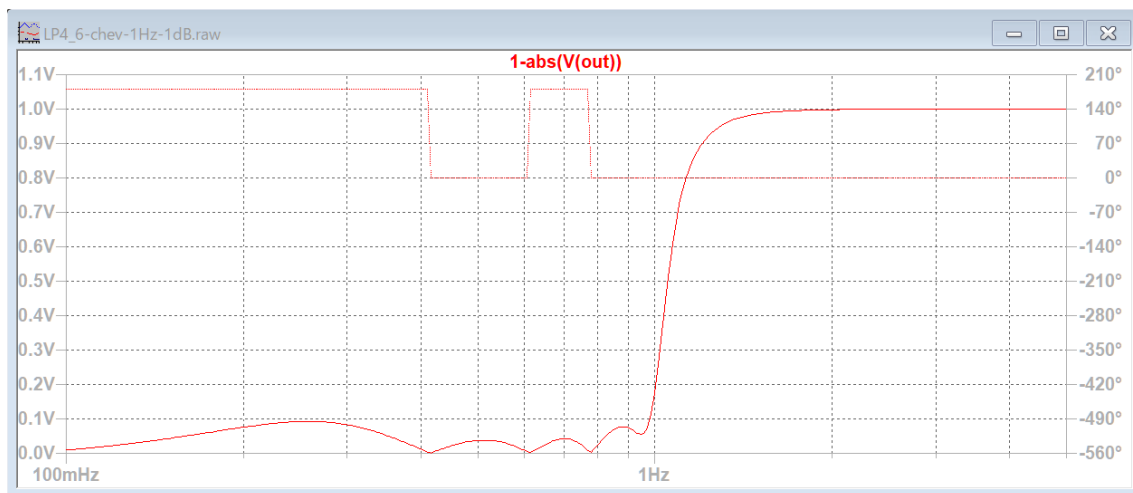


ローパスフィルタの設計

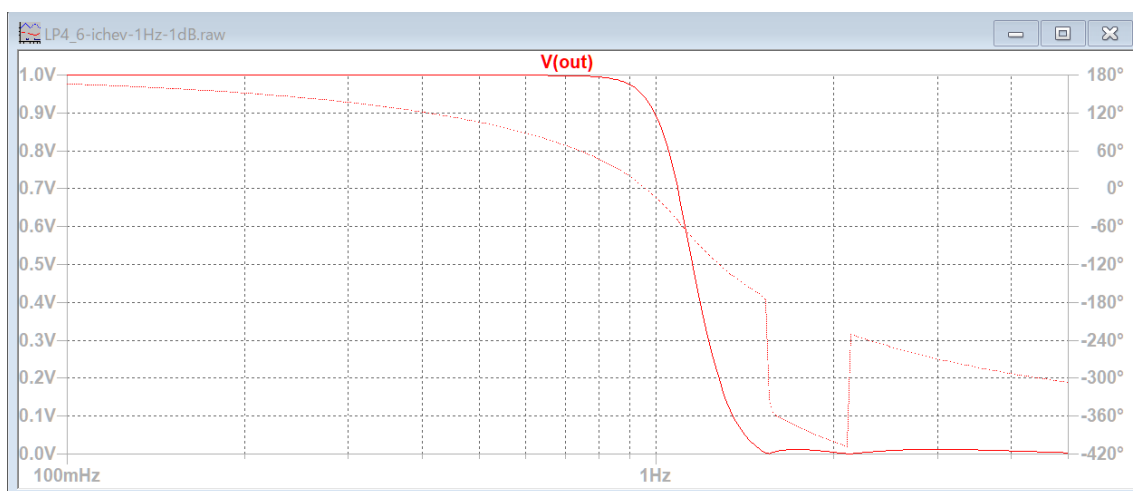
次に 1 からこの関数を引き算すると,

$$1 - \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)} = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)}$$

となり、この特性は下図 (b)で示されます。



次に周波数を逆数にすると下図 (c)の逆チェビシェフ特性が得られます。



この時の振幅自乗特性は次の式で表されます。

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)}$$

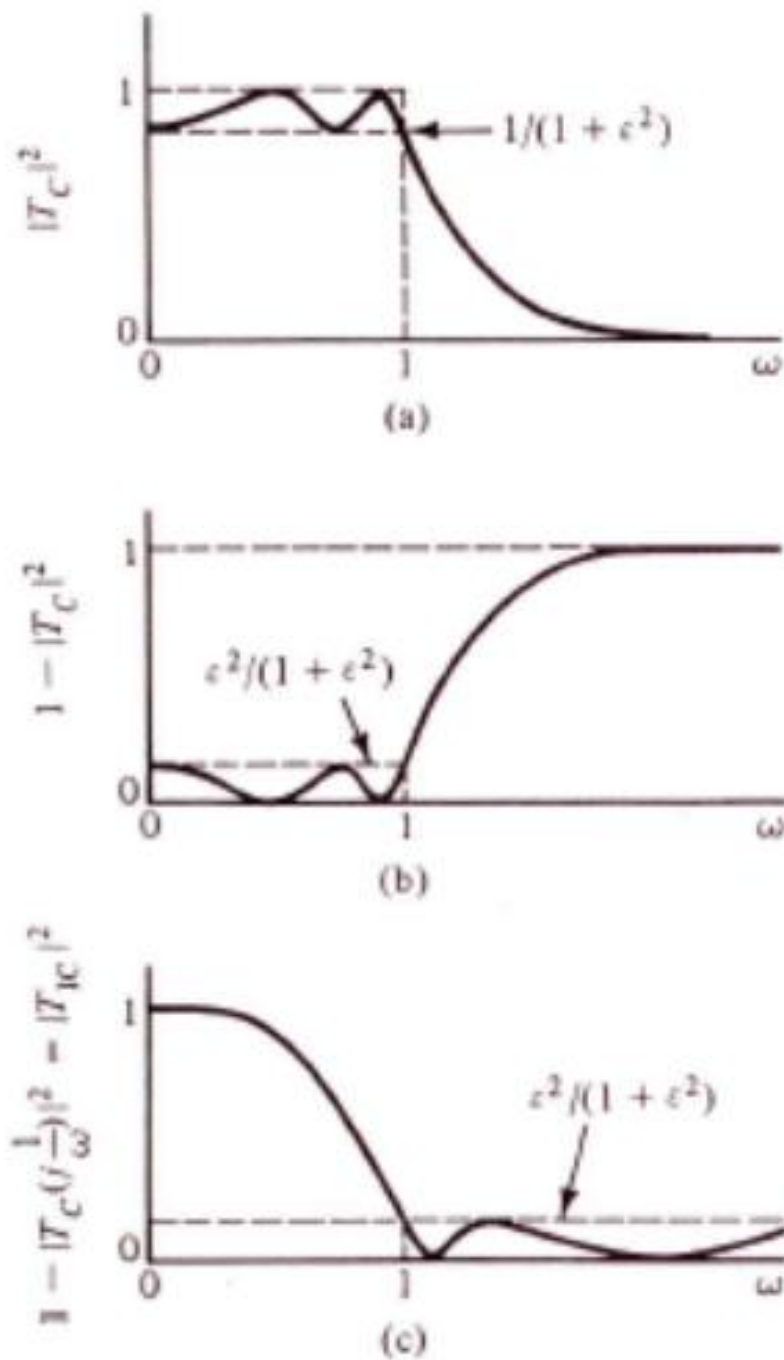


図 (c) はカットオフ周波数が f_s で、 f_s における振幅自乗特性が $\frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \rightarrow as$ であること、つまり、周波数が f_s における減衰量が as になることを示しています。

従って、逆チェビシェフ・ローパスフィルタで、カットオフ周波数 $f_c = f_p(\text{Hz})$ の減衰量が $ap(\text{dB})$ 、周波数 $f_s(\text{Hz})$ の減衰量が $as(\text{dB})$ 以上となるフィルタの次数 m は次の様に計算します。

式 (1-34) を次のように書き換える。

$$|H_m(f_s, f)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)} \quad (1-34-2)$$

$f = f_s$ の時の減衰量 as は、 $x = \frac{f_s}{f_s} = 1$ なので、

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1 \text{ より}$$

$$as = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2}} \right\} = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right\} \quad (\text{負号を追加する}) \quad (1)$$

$$10^{\frac{-as}{10}} = \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \therefore \varepsilon^2 \cdot \left(10^{\frac{-as}{10}} - 1 \right) = -10^{\frac{-as}{10}} \quad (2)$$

$$\therefore \varepsilon^2 = \frac{-10^{\frac{-as}{10}}}{10^{\frac{-as}{10}} - 1} = \frac{1}{10^{\frac{as}{10}} - 1} \quad (3)$$

$f = f_p < f_s$ の時の減衰量 ap は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$ なので、

$$C_m(x) = \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} \text{ より}$$

$$ap = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}} \right\} \quad (\text{負号を追加する}) \quad (4)$$

$$\therefore 10^{\frac{-ap}{10}} = \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}} \quad (5)$$

$$\therefore \varepsilon^2 \cdot \left(10^{\frac{-ap}{10}} - 1 \right) \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} = -10^{\frac{-ap}{10}} \quad (6)$$

$$\therefore \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{-10^{\frac{-ap}{10}}}{10^{\frac{-ap}{10}} - 1} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \quad (7)$$

従って、

$$\therefore \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \right) \quad (9)$$

$$m = \frac{\cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \right)}{\cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-47) が得られた。

フィルターの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、
ローパスフィルタの次数を決定する。

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計2

1-11で、「1-10までで、次数 m と周波数 ω_c 及び減衰量 $atts(db)$ によってフィルタの設計が可能になりました」と書きましたが、実は f_p と att_p は求められていないのです。ここでは、 f_p における減衰量を $att_p(db)$ として、 f_p を求めてみます。

(1-46) から、

$$\begin{aligned}atts &= -10 \log \left(\frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right) \\&= 10 \log \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \\ \therefore \frac{1}{\varepsilon^2} &= 10^{atts/10} - 1\end{aligned}\tag{1-49}$$

図1-3において、 $\omega_c = x\omega_p$ $x > 1$ として、同様に (1-34) から

$$\begin{aligned}att_p &= -10 \log \left(\frac{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}{1 + \varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}} \right) \\ \therefore 10^{att_p/10} - 1 &= \frac{1}{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}\end{aligned}\tag{1-50}$$

(1-49) を (1-50) に代入して、

$$\begin{aligned}\cosh \{m \cosh^{-1}(x)\} &= \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \\ \therefore x &= \cosh \left(\frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \right) \right)\end{aligned}$$

従って、 $\omega_c = x\omega_p$ から

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\cosh \left(\frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \right) \right)}\tag{1-51}$$

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

また、ついでに f_p 、 f_s 、 att_p 及び m を与えられて $atts$ を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x\omega_p$ とすると、(1-49)、(1-50) から

1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計2

$$\frac{1}{\varepsilon^2} = 10^{atts/10} - 1 = (10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\} \quad (1-52)$$

$$\therefore atts = 10 \log \left[(10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \left\{ m \cosh^{-1} \left(f_s / f_p \right) \right\} + 1 \right]$$

さらについでに、 f_p , $attp$, $atts$ 及び m を与えられて、 f_s を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$ とすると、(1-51) から

$$\omega_c = \omega_p \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \quad (1-53)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p$$

以上をまとめて、注意しなければならないことは、(1-34) から (1-51) までの式で使用されている ω_c は図 1-3 における f_s により計算されているということです。

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

ローパスフィルタでは利得が減少しはじめる、図 1-3 でいえば、 f_p をカットオフ周波数と呼ぶのが一般的です。従って、実用的には次の様にして設計がなされると思います。

1. f_p , f_s , $attp$, $atts$ を与え、(1-45) から (1-48) を使用し、 m と ω_c を求め、これを (1-42) または (1-43) に適用する方法。
2. f_p , $attp$, f_s 及び m を与え、(1-52) により $atts$ を求め、これが要求にあっているかを確認した後、 f_s から ω_c を求め、(1-42) または (1-43) に適用する方法。

1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計

m 次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

ここで、 $R_m(\omega/\omega_c, L)$ はヤコビの楕円関数又はチェビシェフ有理関数と呼ばれるものです。

いわゆるカットオフ周波数 f_p におけるリップル att_p 、阻止域における最小限の減衰量 $atts$ を実現する最初の周波数を f_s とするとき、

$$\begin{aligned} \omega_c &= 2\pi f_p \\ R_m(1, L) &= 1 \end{aligned} \quad (1-55)$$

$$R_m(f_s/f_p, L) = L$$

とすると、(1-54) に f_p 、 f_s をそれぞれ代入して

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atts/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$\begin{aligned} atts &= 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2) \\ \therefore L &= \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \end{aligned} \quad (1-57)$$

が得られます。これをもとにして伝達関数を求めてゆくわけですが、その前にチェビシェフ有理関数 $R_m(x, L)$ の性質を学びたいと思います。

1. m が偶数（奇数）のとき、 $R_m(x, L)$ は偶関数（奇関数）
2. $R_m(x, L)$ は $|x| < 1$ の範囲にすべての零を持ち、 $|x| \geq 1$ の範囲にすべての極を持つ
3. $|R_m(x, L)| \leq 1 \dots \dots \dots |x| \leq 1 \quad (1-58)$
4. $R_m(1, L) = 1 \quad (1-59)$
5. $|R_m(x, L)| \geq L \dots \dots \dots |x| \geq x_L \quad (1-60)$

x_L は $R_m(x_L, L) = L$ となる、最初（最小）の x の値

$$6. R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)} \quad (1-61)$$

1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \text{ として、}$$

次式で規定されるローパスフィルタは以下の特性を持ちます。

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + \left[\varepsilon R_m \left(\frac{\omega}{\omega_p}, L \right) \right]^2 \right\} \quad (1-62)$$

1. 通過域に a t t p の等リプルを持つ
2. 阻止域に a t t s の等リプルを持つ
3. カットオフ周波数は ω_p

(1-61) から、 $x = x_i$ が $R_m(x, L)$ の極であれば、 $x = x_L/x_i$ が零となることが分かります。同様に、 $R_m(x, L)$ が偶関数であれ奇関数であれ、 $x = x_i$ が $R_m(x, L)$ の極であれば、 $x = -x_i$ も $R_m(x, L)$ の極となることが分かります。従って、 $R_m(x, L)$ は次のようになります。

$m = 2n$ (偶数)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-63)$$

$m = 2n + 1$ (奇数)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-64)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_i^2}{x_L}, \quad C_2 = \left(\frac{L}{x_L} \right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_i^2}{x_L} \quad (1-65)$$

(1-63) から (1-65) の式は好都合な形をしています。というのは、同式は通過域を等リプルにするために x_L/x_i を見つけることが出来れば、阻止域は自動的に等リプルに出来ることを暗示しているからです。それで、通過域に限定して考察を進めることが出来るようになりました。次に、 $R_m(x, L)$ を表わす微分方程式について学びますがそこでは、楕円積分と楕円関数の知識が必要になります。これらを用いると、式 (1-63), (1-64) の

極と零は楕円正弦関数 $sn(u, k)$ によって表わすことが可能となります。 $sn(u, k)$ は数表によ

って値を求めることが出来ますが、プログラムによって値を計算することも可能です。

$k = 1/x_L$ として、

$m = 2n$ (偶数)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[(2\nu-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$m = 2n + 1$ (奇数)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}$$

$$C_2 = \left(\frac{L}{x_L}\right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]} \quad (1-68)$$

これらの式において楕円正弦関数のモジュール k は $k = 1/x_L$ で表わされ、この値は K にも影響を与えます。この K は k に対する完全楕円積分として知られています。

$$K = K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}} dx$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1-69)$$

$$K' = K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 x}} dx$$

楕円関数フィルタの次数 m は、与えられた f_p, att_p, f_s, att_s により次式で求められます。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

ここに、

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$R_m(x, L)$ を表わす微分方程式を求めます。

dR_m/dx は通過域で $R_m = \pm 1$ となる x において $m-1$ 個の零を持ち、阻止域で $R_m = \pm L$ となる x において $m-1$ 個の零を持ちます。従って、2次の零を2個として数えると、

(a) $(dR_m/dx)^2$ は4 ($m-1$) 個の零を持ちます。($x = \pm 1, \pm x_L$ は除きます。)

今度は、代わりに $R_m(x, L) + 1$ を考えると、これは m 個の零を持ちます。同様に、 $R_m(x, L) - 1$

も m 個の零を持ちます。同じく、 $R_m(x, L) - L$ も m 個の零を持ちます。従って、

(b) $\{R_m^2(x, L) - 1\}\{R_m^2(x, L) - L^2\}$ は4 m 個の零を持ちます。零は $R_m(x, L) = \pm 1, \pm L$ となる、 x で現れますが、 $x = \pm 1, \pm x_L$ は1次の零でそれ以外は2次の零です。

(a) と (b) から

$$\frac{dR_m(x, L)}{dx} = M \left[\frac{\{1 - R_m^2(x, L)\}\{L^2 - R_m^2(x, L)\}}{(1 - x^2)(x_L^2 - x^2)} \right]^{1/2}$$

最終的に、

$$\frac{CdR_m(x, L)}{\left[\{1 - R_m^2(x, L)\}\{L^2 - R_m^2(x, L)\} \right]^{1/2}} = \frac{dx}{\left[(1 - x^2)(x_L^2 - x^2) \right]^{1/2}} \equiv du \quad (1-72)$$

が得られます。

(1-72)が $R_m(x, L)$ に対する微分方程式です。この方程式を解くには、ヤコビの楕円関数が必要になるので、楕円積分と楕円関数について説明をします。

第1種の楕円積分

$$u(\phi, k) = \int_0^\phi (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

楕円積分は2つの変数 ϕ と k の関数です。 k は楕円積分のモジュールと呼ばれ、1以下の値

であれば、実数 ϕ に対して $u(\phi, k)$ も実数となります。パラメータ ϕ は楕円積分の偏角と呼

ばれています。 k はしばしばモジュラー角 θ によって表わされますが、その関係は

$$k = \sin \theta \quad (1-74)$$

によって表わされます。

$\phi = \pi/2$ の時の $u(\phi, k)$ の値を特に、完全楕円積分と呼び、次のように定義されています。

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K = K(k) \quad (1-75)$$

楕円積分の性質

$$1. \quad u(\phi, k) = -u(-\phi, k)$$

$$2. \quad u(\pi, k) = 2K$$

$$3. \quad u(\pi + \phi, k) = 2K + u(\phi, k)$$

$$4. \quad du/d\phi = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2}$$

モジュールの補数 k' と完全楕円積分の補数 K' を定義します。

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1-76)$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k'^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K' = K(k') \quad (1-77)$$

楕円関数

楕円積分は次のように定義されました。

$$u(\phi, k) = \int_0^{\phi} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

ヤコビの楕円関数は上式の表記に対して次のように定義されています。

$$\text{楕円正弦関数} \quad \text{sn}(u, k) = \sin \phi \quad (1-78)$$

$$\text{楕円余弦関数} \quad \text{cn}(u, k) = \cos \phi \quad (1-79)$$

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} \quad (1-80)$$

定義より、

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} = [1 - k^2 sn^2(u, k)]^{1/2} \quad (1-81)$$

楕円関数の性質

$$\begin{aligned} a. \quad & sn(u, k) = -sn(-u, k) \\ & cn(u, k) = cn(-u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad & sn(0, k) = 0 \quad sn(K, k) = 1 \\ & cn(0, k) = 1 \quad cn(K, k) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. \quad & sn(u + K, k) = sn(K - u, k) \\ & cn(u + K, k) = -cn(K - u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d. \quad & sn(u + 2K, k) = -sn(u, k) \\ & cn(u + 2K, k) = -cn(u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e. \quad & sn(u + 4K, k) = sn(u, k) \\ & cn(u + 4K, k) = cn(u, k) \end{aligned}$$

e. の性質から楕円関数は $4K$ の周期を持つことが解ります。また、多くの点で通常の三角関数と似ています。実際、 $u(\phi, 0) = \phi$ なので

$$sn(u, 0) = \sin u \quad cn(u, 0) = \cos u \quad (1-82)$$

他に似ている性質は、

$$sn^2(u, k) + cn^2(u, k) = 1 \quad (1-83)$$

$$sn(u + v, k) = \frac{sn(u, k) * cn(v, k) * dn(v, k) + sn(v, k) * cn(u, k) * dn(u, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-84)$$

$$cn(u+v, k) = \frac{cn(u, k) * cn(v, k) - sn(u, k) * sn(v, k) * dn(u, k) * dn(v, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-85)$$

複素数の引数に対する楕円関数

$$sn(iu, k) = i \frac{sn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-86)$$

$$cn(iu, k) = \frac{1}{cn(u, k')} \quad (1-87)$$

$$dn(iu, k) = \frac{dn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-88)$$

複素数引数の楕円関数の性質

$$a. \quad sn(iu, k) = -sn(-iu, k)$$

$$b. \quad sn(iK', k) = \infty$$

$$c. \quad sn(i[u + K'], k) = -sn(i[K' - u], k)$$

$$d. \quad sn(i[u + 2K'], k) = sn(iu, k)$$

$$e. \quad sn(iu, 1) = i \tan u$$

性質 d. から $sn(iu, k)$ は周期 $2K'$ を持つことが解ります。

以上により、複素数 $u = y + iz$ に対する楕円関数を求める準備が出来ました。

$$\begin{aligned} sn(u, k) &= sn(y + iz, k) \\ &= \frac{sn(y, k)dn(z, k') + icn(y, k)dn(y, k)sn(z, k')cn(z, k')}{cn^2(z, k') + k^2 sn^2(y, k)sn^2(z, k')} \end{aligned} \quad (1-89)$$

前出の性質から、

$$sn(y + 4K, k) = sn(y, k)$$

$$sn(i[z + 2K'], k) = sn(iz, k)$$

これは次の様に複素数に拡張されます。

$$\begin{aligned} sn(u + 4K, k) &= sn(u, k) \\ sn(u + i2K', k) &= sn(u, k) \end{aligned} \quad (1-90)$$

従って、 $sn(u, k)$ は、実数周期 $4K$ と虚数周期 $i2K'$ を持った、2重周期関数であることが解ります。この周期の様子は図 1-6 の周期長方形 (periodic rectangle) によって解りやすく示されています。

(1-90) により、 $sn(u, k)$ の振る舞いが周期長方形内部の全ての u に対して解れば、

u 平面全体に対して解ったことになります。 $sn(u, k)$ の極と零も同じ周期で現れます。

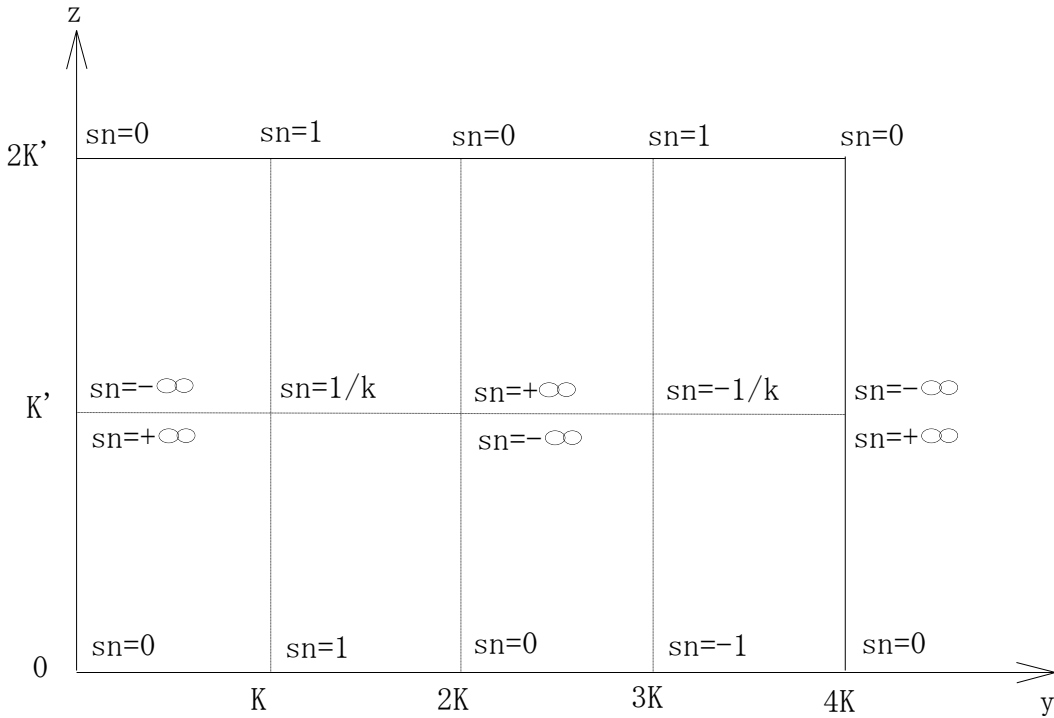


図 1 - 6 楕円正弦関数の周期長方形

楕円積分のもう一つの表現

(1-73) で表わされる、楕円積分のもう一つの表現を見つけるために、次のようなパラメータ z を導入します。

$$z = sn(u, k) = \sin \phi \quad (1-91)$$

従って、

$$\begin{aligned} \frac{dz}{du} &= \cos \phi \frac{d\phi}{du} = cn(u, k) dn(u, k) \\ &= [1 - sn^2(u, k)]^{1/2} [1 - k^2 sn^2(u, k)]^{1/2} \\ &= [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{1/2} \end{aligned}$$

上式より、

$$du = [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-92)$$

(1-9 2) を z_1 から z_2 まで積分することを考えると、これは (1-9 1) から $\sin \phi_1$ から $\sin \phi_2$ まで積分することと同じです。従って、

$$u(\phi_2, k) - u(\phi_1, k) = \int_{\sin \phi_1}^{\sin \phi_2} \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 3)$$

(1-9 3) において、 $\phi_2 = \phi$, $\phi_1 = 0$ を選択すると、

$$u(\phi, k) = \int_0^{\sin \phi} \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 4)$$

が得られ、これが楕円積分のもう一つの表現です。

この式は (1-9 2) の解である z を見つけるのに適用されます。解は $z = sn(u, k)$ です。

また、

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-9 5)$$

は

$$adu = \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 6)$$

の解です。

(1-9 4) はまた、完全楕円積分のもう一つの表現を与えるために使われます。 $\phi = \pi/2$ と設定して、

$$K(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^1 \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 7)$$

また、完全楕円積分の補数 K' を同様にして求めることが出来ます。

$$K'(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^1 \left[(1 - z^2)(1 - k'^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 8)$$

(1-9 8) は、次式のように表現することも出来ます。

$$K'(k) = \int_1^{1/k} \left[(z^2 - 1)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-9 9)$$

楕円関数と $R_m(x, L)$

$R_m(x, L)$ は (1-72) で以下のように示されています。

$$\begin{aligned} du &= \left[(1-x^2)(x_L^2 - x^2) \right]^{-1/2} dx \\ &= C \left[(1-R_m^2)(L^2 - R_m^2) \right]^{-1/2} dR_m \end{aligned} \quad (1-72)$$

どちらの方程式も次のように書き直すことができます。

$$du = \frac{1}{a} \left[(1-z^2)(1-k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-100)$$

例えば、先の式では、変数 $x = z$, $k = 1/x_L$, $a = x_L$ とすると、
(1-95), (1-96) より、(1-100) の解は

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-101)$$

となります。この結果を (1-72) に適応すると、

$$x = sn(x_L u + b_1, x_L^{-1}) \quad , \quad R_m(x, L) = sn\left(\frac{L}{C} u + b_2, L^{-1}\right) \quad (1-102)$$

ここで、 $b_1 = 0$ とすると、これは $u = 0$ のとき $x = 0$ を意味します。しかし、同時に次が成り立ちます。

$$\begin{aligned} R_m(x=0, L) &= \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} & m = 2n \end{cases} \\ &= sn(b_2, L^{-1}) \end{aligned}$$

さらに、上式から

$$b_2 = \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} K(L^{-1}) & m = 2n \end{cases} \quad (1-103)$$

(1-102), (1-103) から $R_m(x, L)$ は次のように表わせます。

$$R_m(x, L) = \begin{cases} sn\left(\frac{L}{C} u, L^{-1}\right) & m = 2n+1 \\ sn\left[\frac{L}{C} u + (-1)^{m/2} K(L^{-1}), L^{-1}\right] & m = 2n \end{cases} \quad (1-104)$$

ここに、 u は次の方程式の解です。

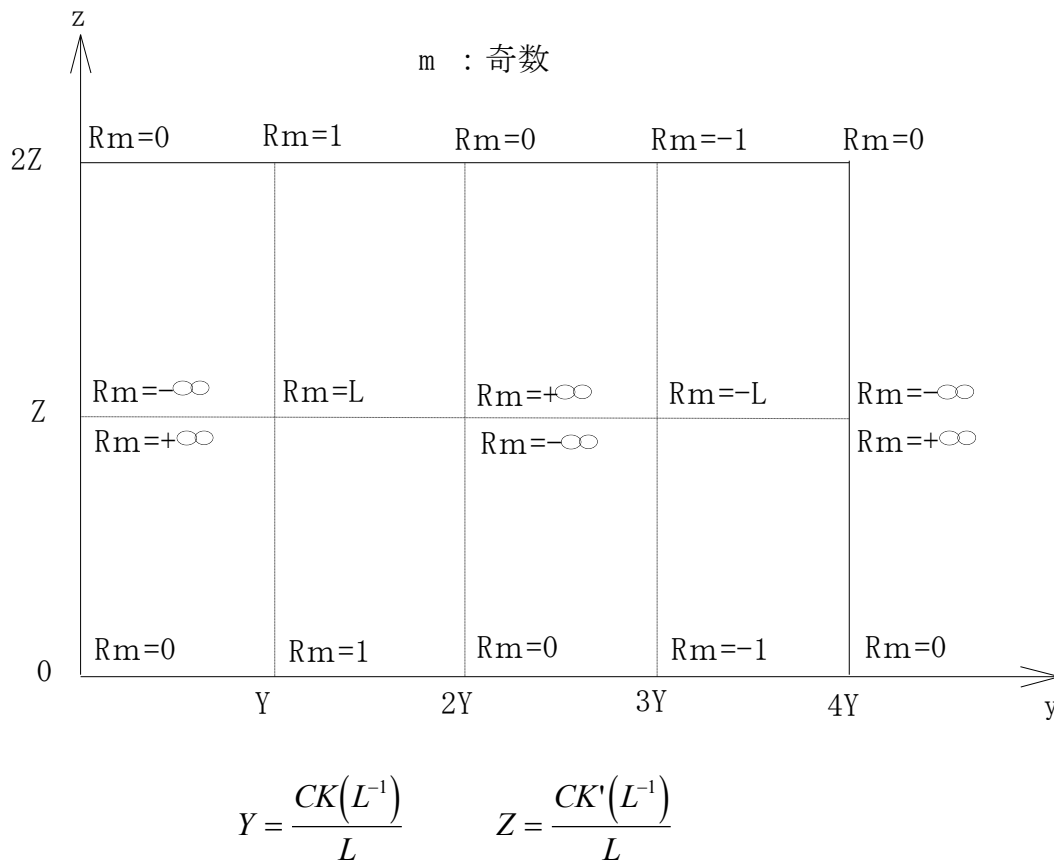
$$x = sn(x_L u, x_L^{-1}) \quad (1-105)$$

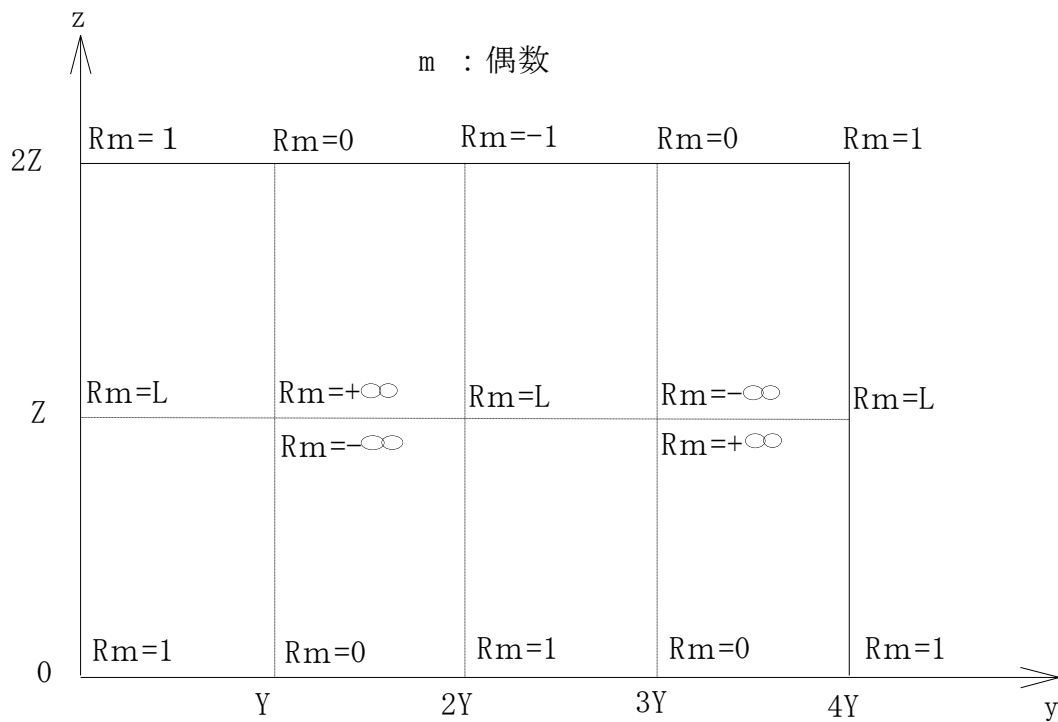
(1-104) はチェビシェフ有理関数を楕円関数で表わしたのですが、変数 x に陽に依存していないため不便な形となっています。次は、 x の陽な関数として $R_m(x, L)$ を表わしてみます。

$R_m(x, L)$ に対する周期長方形

説明は m が奇数の場合を主に進めますが、偶数の場合も同様に考えることが出来ますので、結果のみを紹介します。(1-104), (1-105)において、 $R_m(x, L)$ は周期関数です。

$R_m(x, L)$ を Lu/C の関数としてプロットすると、実数周期 $4K(L^{-1})$ を持ちます。ここに、 $K(L^{-1})$ は $k = L^{-1}$ に対する完全楕円積分です。しかし、 $R_m(x, L)$ を u の関数として考えるほうが都合です。このとき u に対する実数周期は $4(C/L)K(L^{-1})$ となります。同様に、虚数周期は $2(C/L)K'(L^{-1})$ となります。これらの事実から $R_m(x, L)$ に対する周期長方形が図1-7の様に求められます。





上図は $m=4,8,12,\dots$ にたいする周期長方形で、 $m=2,6,10,\dots$ に対しては、 $y=2Y$ だけシフトする必要があります

図 1-7 チェビシェフ有理関数に対する周期長方形

図 1-7 は u の関数として $R_m(x, L)$ を表わしています。これを x の関数として表わすためには、 x に対する周期長方形が必要です。これは、(1-105) から実数周期は $4K(x_L^{-1})/x_L$ であり、虚数周期は $2K'(x_L^{-1})/x_L$ であることが分かります。従って、 x に対する周期長方形は図 1-8 のように求められます。

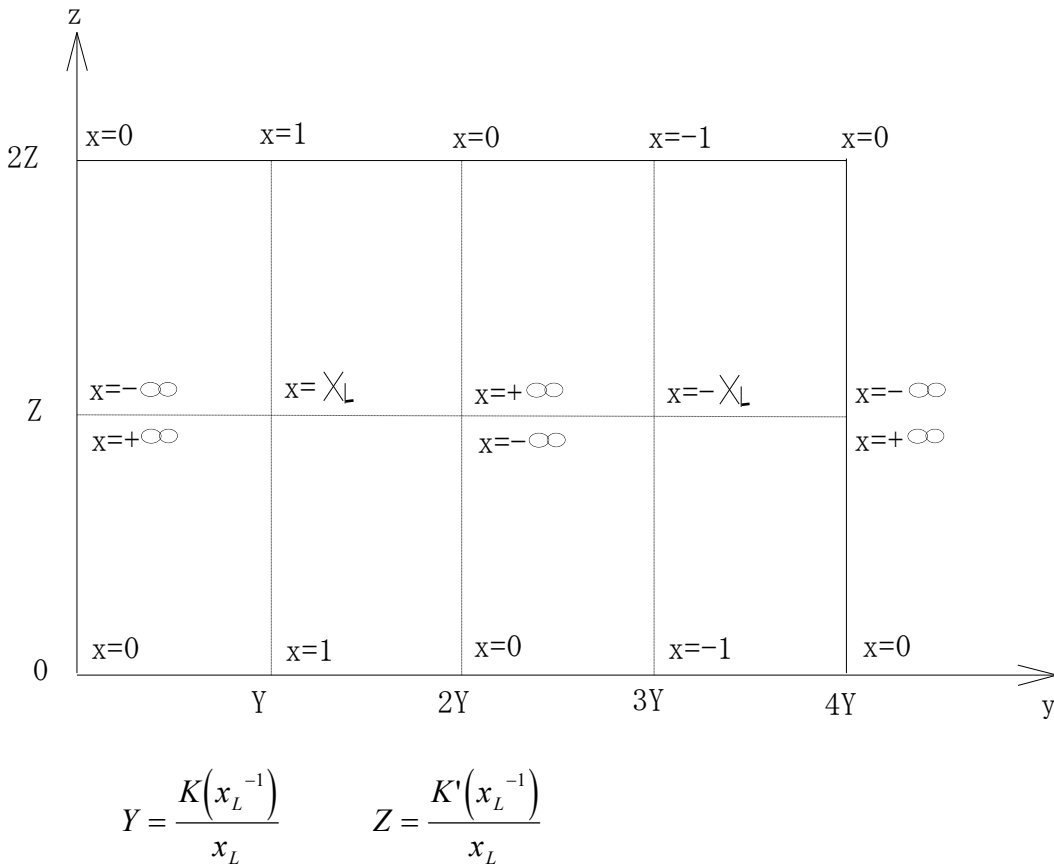


図 1-8 「周波数」変数 x に対する周期長方形

図 1-7 と図 1-8 の周期長方形はお互いに無関係ではありません。(1-72) の上の式から

$$u(x=1) = \frac{1}{x_L} \int_0^1 \left[(1-x^2)(1-x_L^{-2}x^2) \right]^{-1/2} dx \quad (1-106)$$

しかし、(1-97) から (1-106) は以下の様になります。

$$u(x=1) = \frac{K(x_L^{-1})}{x_L} \quad (1-107)$$

x が 0 から 1 まで変化するあいだに、 $R_m(x, L)$ は 0 から 1 または、0 から -1 へ正確に m 回変化します。従って、(1-72) の下の式は以下ようになります。

$$\begin{aligned} u(x=1) &= \frac{mC}{L} \int_0^1 \left[(1 - R_m^2)(1 - L^{-2} R_m^2) \right]^{-1/2} dR_m \\ &= \frac{mCK(L^{-1})}{L} \end{aligned} \quad (1-108)$$

(1-107) と (1-108) から、右辺同士が等しいので次式が得られます。

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

(1-109) はもし図 1-7 と図 1-8 が同じ目盛りで描かれると、 x に対する周期長方形は $R_m(x, L)$ に対するものよりも、 m 倍広いということを示しています。

長方形の高さも同様に関連しています。その関係は、 x を 1 から x_L まで増加させると見つけられます。 $R_m(x, L)$ は 1 から L まで単調に変化します。従って、(1-99) と (1-72) から次式が得られます。

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

この式から、図 1-7 と図 1-8 の長方形は同じ高さであることが分かります。

(1-109) と (1-110) からフィルタの次数 m が求められます。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

実際に、 $f_p, attp, f_s, atts$ の条件を満足するフィルタを作成するためには、(1-70) で計算された m を切り上げた値を m として採用します。

ここに、

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

次は、 L を m と x_L の関数として表わす式を求めます。

$x = sn(x_L u, x_L^{-1})$ であれば、 $R_m(x, L)$ は次のように表わすことができます。

m が奇数の時、

$$R_m(x, L) = M \prod_{v=0}^{m-1} sn[x_L u + 2vm^{-1}K(x_L^{-1}), x_L^{-1}] \quad (1-111a)$$

$$\text{ここに、} M^{-1} = \frac{Cx_L}{L} \prod_{v=1}^{m-1} sn[2vm^{-1}K(x_L^{-1}), x_L^{-1}] \quad (1-112a)$$

m が偶数の時、

$$R_m(x, L) = M \prod_{v=0}^{m-1} sn[x_L u + (1+2v)m^{-1}K(x_L^{-1}), x_L^{-1}] \quad (1-111b)$$

$$\text{ここに、} M^{-1} = (-1)^{m/2} \prod_{v=0}^{m-1} sn[(1+2v)m^{-1}K(x_L^{-1}), x_L^{-1}] \quad (1-112b)$$

証明

m が偶数の時も同様なので、 m が奇数についてだけ示します。(1-104)から、

$$R_m(x, L) = sn\left(\frac{L}{C}u, L^{-1}\right) \quad (1-113)$$

$$\text{ここに、} u \text{ は } x = sn(x_L u, x_L^{-1}) \text{ の解です。} \quad (1-114)$$

(1-113) は以下の u において零となります。

$$u = -\frac{2CK(L^{-1})v}{L} \dots\dots\dots v = 0, 1, 2, \dots \quad (1-115)$$

(1-109) から、

$$\frac{CK(L^{-1})}{L} = \frac{K(x_L^{-1})}{mx_L}$$

従って、 $R_m(x, L)$ の零は次の位置になります。

$$u = -\frac{2K(x_L^{-1})}{mx_L} v \quad (1-116)$$

これらの零は、(1-111a) の右辺に適合します。同様に、(1-113) と (1-111a) はどちらも $R_m(x, L)$ が零の上に $CK'(L^{-1})/L$ だけ離れて極を持つことを示しています。(図1-7参照) 従って、(1-111a) で与えられる $R_m(x, L)$ はふさわしい極と零を持ちます。(1-111) と (1-112) は L を求めるのに使われます。 $R_m(x, L)$ に対する周期長方形から、

$$1 = R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L} \quad (1-117)$$

$$L = R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L + iCK'(L^{-1})/L}$$

(1-109) と (1-110) を適用して、

$$1 = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L} \quad (1-118)$$

$$L = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L + iK'(x_L^{-1})/x_L}$$

(1-111) と (1-112) からの結果を代入して、 L について解くと、

$$L^{-1} = \frac{\prod_{v=0}^{m-1} sn\left[(1+2v)K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1}\right]}{\prod_{v=0}^{m-1} sn\left[(1+2v)K(x_L^{-1})/m + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1}\right]} \quad (1-119)$$

上式は m が奇数でも偶数でも成り立ちます。

(1-119) は次式を用いて簡略化出来ます。

$$sn\left[\frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m} + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1}\right] \quad (1-120)$$

$$= \frac{x_L}{sn\left[(1+2v)K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1}\right]}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{m-1} sn^2\left[\frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1}\right]$$

$sn(2K-u) = sn(u)$ なので、上式はさらに、

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[\frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (1-121)$$

これで、準備が整いましたので次式の形式の $R_m(x, L)$ を求めます。

$$R_m(x, L) = C \frac{\prod (x + z_i)}{\prod (x + p_i)}$$

$sn(2K-u) = sn(u)$ なので、(1-121) は次のように書き換えられます。

m が奇数の時

$$R_m(x, L) = M sn(x_L u) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} sn(2vm^{-1}K + x_L u) sn(2vm^{-1}K - x_L u) \quad (1-122a)$$

m が偶数の時

$$R_m(x, L) = M \prod_{v=0}^{(m-1)/2} sn((1+2v)m^{-1}K + x_L u) sn((1+2v)m^{-1}K - x_L u) \quad (1-122b)$$

上式において、 $K = K(x_L)$, $sn(x) = sn(x, x_L)$ と略してあります。以後、同様に用います。また、次式を用いて (1-122a) を書き直します。

$$sn(u+v)sn(u-v) = \frac{sn^2(u) - sn^2(v)}{1 - k^2 sn^2(u)sn^2(v)} \quad (1-123)$$

$$R_m(x, L) = M sn(x_L u) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{sn^2(2vK/m) - sn^2(x_L u)}{1 - x_L^{-2} sn^2(2vK/m)sn^2(x_L u)} \quad (1-124)$$

(1-124) は (1-121) から、 $x = sn(x_L u, x_L^{-1})$ を代入すると、

$$R_m(x, L) = Mx \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2vK/m)}{x^2 x_L^{-2} sn^2(2vK/m) - 1} \quad (1-125)$$

上式は、 m が奇数についての式ですが、 m が偶数についても同様の式が得られます。それを以下にまとめると、

m が奇数の時

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2vK/m)}{x^2 - [x_L / sn(2vK/m)]^2} \quad (1-126a)$$

m が偶数の時

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2v-1)K/m]}{x^2 - \{x_L / sn[(2v-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

これで、遂に $R_m(x, L)$ をその極と零で表わすことが出来ました。

(1-126) から、 $R_m(x, L)$ の零は次のように求められます。

m が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$R_m(x, L)$ の極は次式で与えられます。

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$R_m(1, L) = 1$ から定数 C_1 、 C_2 が求められます。

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$R_m(x, L) = \pm 1$ となるのは、次の位置です。

mが奇数の時

$$x = sn \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130a)$$

mが偶数の時

$$x = sn \frac{2\nu K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130b)$$

$R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)}$ から、(1-130) の零を x_{ev} と表わすと、

$R_m(x, L) = \pm L$ となるのは、次の位置です。

$$x = \frac{x_L}{x_{ev}} \quad (1-131)$$

(1-54) と (1-126) から m 次の楕円関数ローパスフィルタの伝達関数を求めます。

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

mが奇数の時

1-13 楕円関数ローパスフィルタ (連立チェビシェフローパスフィルタ) の設計

$R_m(x, L)$ に対する周期長方形

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2\nu K/m)}{x^2 - [x_L / sn(2\nu K/m)]^2} \quad (1-126a)$$

mが偶数の時

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m]}{x^2 - \{x_L / sn[(2\nu-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

楕円関数ローパスフィルタの伝達関数 $H_m(s) \equiv H_m(\omega_p, s)$ に対して、 $P_m(s) \equiv \frac{1}{H_m(s)}$ を

用いると、

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 |R_m(s/j\omega_p, L)|^2 \quad (1-132)$$

また、 $H_m(s)$ を有理関数と考えると、 $P_m(s)$ は次式で表わすことができます。

$$P_m(s) = \frac{E(s)}{Q(s)} \quad (1-133)$$

$$|P_m(s)|^2 = \frac{E(s)E(-s)}{Q(s)Q(-s)} \quad (1-134)$$

(1-132) に (1-126) を代入すると、(mが奇数について)

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\left\{ s^2 + [\omega_p sn(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}{\left\{ s^2 + [x_L \omega_p / sn(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}$$

(1-127) を代入すると、

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2}{\left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-135)$$

(1-135) を通分すると、

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-136)$$

(1-134) と (1-136) を比較して、分母、分子がそれぞれ等しいとすると、まず、求められるのは

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right] \quad (1-137)$$

次に、

$$E(s) = C_H (s + \sigma) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} (s^2 + p_v s + q_v) \quad (1-138)$$

とすると、

$$E(s)E(-s) = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \quad (1-139)$$

(1-139) と (1-136) の分子が等しいと考えられます。従って、(1-139) と (1-136) の分子をそれぞれ s の多項式として表わし、同じ次数の係数が等しいとして、 C_H , σ , p_v , q_v を求めると $E(s)$ が求められます。

従って、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} \left[s^2 + p_v s + q_v \right]} \quad (1-140)$$

次に、

m が偶数の時

$$E(s) = C_H \prod_{v=1}^{m/2} (s^2 + p_v s + q_v) \quad (1-141)$$

とすると、

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{\sqrt[m/2]{C_H} \left([s^2 + p_v s + q_v] \right)} \quad (1-142)$$

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2]^2}{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]^2} \quad (1-143)$$

例

$m=2$ の場合

$$x_{z1} = sn(K/2)$$

$$x_1 = x_L / x_{z1} = x_L / sn(K/2)$$

$$C_2 = \frac{1 - x_1^2}{1 - x_{z1}^2}$$

$$E(s) = C_H (s^2 + p_1 s + q_1) \text{ とすると、}$$

$$Q(s) = s^2 + (x_1 \omega_p)^2$$

$$\begin{aligned} E(s)E(-s) &= C_H^2 [s^4 + (2q_1 - p_1^2)s + q_1^2] \\ &= [s^2 + (x_1 \omega_p)^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 [s^2 + (x_{z1} \omega_p)^2]^2 \\ &= (1 + \varepsilon^2 C_2^2) \left[s^4 + 2\omega_p^2 \frac{x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} s^2 + \omega_p^4 \frac{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} \right] \end{aligned}$$

従って、

$$C_H = \sqrt{1 + \varepsilon^2 C_2^2}$$

$$q_1 = (\omega_p^2 / C_H) \sqrt{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}$$

$$p_1 = \sqrt{2 \left[q_1 - \left(\frac{\omega_p}{C_H} \right)^2 (x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2) \right]}$$

最終的な、伝達関数は次のようになります。

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{Q(s)}{E(s)} = \frac{s^2 + (x_1 \omega_p)^2}{C_H(s^2 + p_1 s + q_1)}$$

$m=2$ の例では、比較的簡単に C_H , p_1 , q_1 が求められましたが、一般的にはベアストウ法を利用したプログラムによって係数を求めます。

1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ローパスフィルタの次数 m (未知), カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s / f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

m が奇数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、 m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned}$$

m が偶数の時

1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{\sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

次数の決定方法

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 ap (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 as (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

注意：

ゲイン as は 0dB 以下の負の数値だが、 as を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

「1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計」の式 (1-57) では、 $attp$ と $atts$ は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

m 次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$atts = 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2) \quad (1-57)$$

$$\therefore L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-58)$$

ヤコビの楕円関数と楕円積分を用いて、与えられたパラメータと次数の関係を整理します。

$k = 1/x_L$ として、

$m = 2n$ (偶数)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2v-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L / sn[(2v-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$m = 2n + 1$ (奇数)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L / sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}$$

$$C_2 = \left(\frac{L}{x_L}\right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]} \quad (1-68)$$

これらの式において楕円正弦関数のモジュール k は $k = 1/x_L$ で表わされ、この値は K にも影響を与えます。この K は k に対する完全楕円積分として知られています。

$$K = K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}} dx$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1-69)$$

$$K' = K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 x}} dx$$

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

式(1-109)と(1-110)より、式(1-70)が得られる。

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (\text{小数点以下切り上げ}) \quad (1-70)$$

フィルタの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、ローパスフィルタの次数を決定する。

m を切り上げることで、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となる。

プログラムによって伝達関数を求める例

次のプログラムでは $(1 - 1 \ 3 \ 7)$, $(1 - 1 \ 3 \ 8)$, $(1 - 1 \ 4 \ 1)$ を次のように変形して w_ν , C_H , σ , ZF_ν , ZQ_ν を求めています。

m が奇数の時

$$w_\nu = 2\pi f_p(1/k) / \operatorname{sn}(2\nu K/m, k) \quad (1 - 1 \ 4 \ 4)$$

$$Q(s) = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} (s^2 + w_\nu^2) \quad (1 - 1 \ 4 \ 5)$$

$$E(s) = C_H(s + \sigma) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + \frac{2\pi ZF_\nu}{ZQ_\nu} s + (2\pi ZF_\nu)^2 \right] \quad (1 - 1 \ 4 \ 6)$$

m が偶数の時

$$w_\nu = 2\pi f_p(1/k) / \operatorname{sn}[(2\nu - 1)K/m, k] \quad (1 - 1 \ 4 \ 7)$$

$$Q(s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} (s^2 + w_\nu^2) \quad (1 - 1 \ 4 \ 8)$$

$$E(s) = C_H \prod_{\nu=1}^{m/2} \left[s^2 + \frac{2\pi ZF_\nu}{ZQ_\nu} s + (2\pi ZF_\nu)^2 \right] \quad (1 - 1 \ 4 \ 9)$$

従って、元の表記で表わすと、

$$p_\nu = \frac{2\pi ZF_\nu}{ZQ_\nu}, \quad q_\nu = (2\pi ZF_\nu)^2 \quad (1 - 1 \ 5 \ 0)$$

となります。

```
#define MAX 210
```

```
double g,p1,q1,r1,tm,f0,fd,fd0,fs,
        fpp,attp,fss,atts,w0,ep=1e-10;
double pi = M_PI;
double h,k,kd,kb,u,ks,kds;
double DK,kk,kk1,fdd;
double ee,e,tp,a,sigma,ch;
double aa[MAX],pp[MAX];
double ff[MAX],z[MAX],w[MAX],cc[MAX],dd[MAX],bb[MAX];
double s[MAX],qq[MAX],zw[MAX],zf[MAX],zq[MAX];
int      odd,nin,n,m,em,rr,tt;
```

```
double intg(double k) /* 完全楕円積分  $K(k)$  を計算する */
```

```
{
double a,b,c,d;
int i;
a = 1.0;
b = sqrt(1-k*k);
for(i=0;i<50;i++){
    c = (a+b)/2.0;
    d = sqrt(a*b);
    if((c-b) < c*ep) break;
    a = c;
    b = d;
}
a = c;
return (pi/2.0/a);
}
```

```
/* 楕円正弦関数  $sn(u,k)$  を計算する */
```

```
double sn(double u,double k)
{
double sn,q,v,w0;
```



```

int    j;
    q = exp(-pi*kk1/kk);
    v = pi/2.0*u/kk;
    sn = 0.0;
    for(j=0;j<50;j++){
        w0 = pow(q,j+.5);
        sn += w0*sin((2.0*j+1.0)*v)/(1-w0*w0);
        if(w0 < ep)    break;
    }
    return ( sn*2.0*pi/k/kk );
}

void    cal_prod(int    sn)
{
int    i,j;
    bb[0] = s[1];    bb[1] = 1.0;    j = 1;
loop_prod:
    j++;
    aa[0] = s[j]*bb[0];
    for(i=1;i<=j-1;i++)    aa[i] = bb[i-1]+s[j]*bb[i];
    for(i=0;i<=j-1;i++)    bb[i] = aa[i];
    bb[j] = 1.0;
    if(j<sn) goto    loop_prod;
}

／＊ f0における減衰量を計算する ＊／
void    cal_loss(doublef0)
{
int    i;
double w0,ww,bf1,bf2,bf3;
    w0 = tp*f0;    ww = w0*w0;    a = kk;
    for(i=1;i<=m/2;i++){
        bf1 = pow(zw[i],2.0);    bf2 = pow(ww-bf1,2.0);
        bf3 = pow(w0*zw[i]/zq[i],2.0);
        a += 10.0*log10(bf2+bf3);
    }
}

```

```

        for(i=1;i<=n;i++){
            bf1 = pow(w[i],2.0);    bf2 = pow(ww-bf1,2.0);
            a -= 10.0*log10(bf2);
        }
        if(m>em)    a += 10.0*log10(ww+pow(sigma,2.0));
    }

/* ベアストウ法により、2次式と1次式の因子の係数を計算する */
void    cal_p_q0
{
    int    i,i1,x1,x2,x3;
    double p,q,x4,ddp,dq;
        for(i=1;i<=tt;i++)    aa[i] /= aa[0];
        aa[0] = bb[0] = cc[0] = 1.0;    i1 = 0;
loop_p_q2:
        p = q = 0.0;    i1++;
loop_p_q1:
        bb[1] = aa[1] - p;    cc[1] = bb[1] - p;
        for(i=2;i<=tt;i++)    bb[i] = aa[i] - p*bb[i-1]-q*bb[i-2];
        for(i=2;i<=tt-1;i++)    cc[i] = bb[i] - p*cc[i-1]-q*cc[i-2];
        x1 = tt-1;    x2 = tt-2;    x3 = tt-3;
        x4 = pow(cc[x2],2.0)+cc[x3]*(bb[x1]-cc[x1]);
        if(x4 == 0.0)    x4 = 0.001;
        ddp = (bb[x1]*cc[x2]-bb[tt]*cc[x3])/x4; p += ddp;
        dq = (bb[tt]*cc[x2]-bb[x1]*(cc[x1]-bb[x1]))/x4; q += dq;
        if(fabs(ddp)+fabs(dq)>1e-6)    goto    loop_p_q1;
        pp[i1] = p;    qq[i1] = q;    aa[1] -= p;    tt -= 2;
        for(i=2;i<=tt;i++)    aa[i] -= (p*aa[i-1]+q*aa[i-2]);
        if(tt>2) goto    loop_p_q2;
        if(tt == 2)    {
            i1++;    pp[i1] = aa[1]; qq[i1] = aa[2];
        }
        if(tt == 1)    a = -aa[1];
    }
}

```

／＊ $Q^2(s)$ の各次数の係数を計算する ＊／

```
void    cal_qz0
{
int     i;
double d;
    for(i=1;i<=nin;i++)    s[i] = -1;
    for(i=nin+1;i<=nin+n;i++)    s[i] = -pow(z[i-nin],2.0);
    for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++)    s[i] = s[i-n];    cal_prod(m);
    d = pow(-1,nin);
    for(i=0;i<=2*m;i += 2) dd[i] = d*bb[i/2];
}
```

／＊ $\varepsilon^2 C^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^{2nin} \prod_v \left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2$ の各次数の係数を計算する ＊／

```
void    cal_fz2(int    i)
{
int     j,ji,jf;
    if(i<em+2)    {
        ji = 0;    jf = i;
    }
    if(i>em)    {
        ji = i-em;    jf = em;
    }
    cc[i] = 0;
    for(j=ji;j<=jf;j += 2)    cc[i] += aa[j]*aa[i-j];
}
```

```

void    cal_fz()
{
int      i;
    for(i=1;i<=nin;i++)    s[i] = 1;
    for(i=nin+1;i<=nin+n;i++)    s[i] = z[i-nin];
    for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++)    s[i] = z[i-nin-n];
    i--;
    cal_prod(i);
    for(i=0;i<=em;i += 2)    aa[i] = e*bb[i];
    for(i=0;i<=2*em;i += 2)    cal_fz2(i);
}

```

／＊ $E(s)$ を計算する、メインプログラム （j はフィルタの次数）

k は f_p/f_s の値, f d 0 はカットオフ周波数 f p

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{C_H \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + p_v s + q_v]} \text{ において、}$$

$$p_v = ZW[i]/ZQ[i], \quad q_v = \{ZW[i]\}^2, \quad x_v \omega_p = W[i] \text{ ＊／}$$

```

void    zero_find(int  j)
{
int      i;
double d;
    for(i=0;i<MAX;i++){
        aa[i] = 0.0;    bb[i] = 0.0;    cc[i] = 0.0;    dd[i] = 0.0;
        pp[i] = 0.0;    s[i] = 0.0;    z[i] = 0.0;    ww[i] = 0.0;
        zf[i] = 0.0;    zq[i] = 0.0;    qq[i] = 0.0;    zw[i] = 0.0;
    }
    kd = sqrt(1.0-k*k);
    ee = pow(10.0,0.1*attp)-1.0;    ＊ ε2 ＊／
    e = sqrt(ee);    ＊ ε ＊／
    kk = intg(k);    ＊ kk = K(k) ＊／

```

```

kk1 = intg(kd);
/* kk1 = K'(k) */

if(odd){
    for(i=1;i<=(j-1)/2;i++) ff[i]=1/k/sn(kk*i*2/j,k)*fd0;
}
else
    for(i=1;i<=j/2;i++)    ff[i]=1/k/sn(kk*(i*2-1)/j,k)*fd0;
fdd = fd0*fd0;
n = j/2;
nin = (j - (j/2)*2);
m = nin + 2*n;
em = 2*(m/2);
tp = 2.0*pi;
kk = 0.0;    rr = 0;
tt = m;
for(i=1;i<=n;i++){
    z[i] = sqrt(1.0-fdd/ff[i]/ff[i]);
    w[i] = tp * ff[i];
}
cal_fz();
cal_qz();
if(m>em)    cc[2*m] = 0;
for(i=0;i<=2*m;i += 2) aa[m-i/2] = cc[i]+dd[i];
cal_p_q();
loop_zf:
    rr++;    d = 1.0+pp[rr]+qq[rr];
    bb[rr] = (1.0+pp[rr]/2.0)*fdd/d;
    zf[rr] = fd0/pow(d,0.25);
    zq[rr] = 1/sqrt(2.0*(1-bb[rr]/pow(zf[rr],2.0)));
    zw[rr] = tp*zf[rr];
    if(rr<em/2)    goto    loop_zf;
    if(m>em)    sigma = sqrt(fdd/(a-1.0))*tp;
    cal_loss(fd0);
    kk = attp - a;
    ch = pow(10.0,0.05*kk);
}

```

1-15 与えられた次数による楕円関数ローパスフィルタの設計

1-14までで、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル a_{ttp} (dB)、周波数 f_s において最低減衰量 a_{tts} (dB) を確保する楕円関数ローパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル a_{ttp} (dB)、最低減衰量に達する周波数 f_s を与えて楕円関数ローパスフィルタを設計する方法を紹介します。

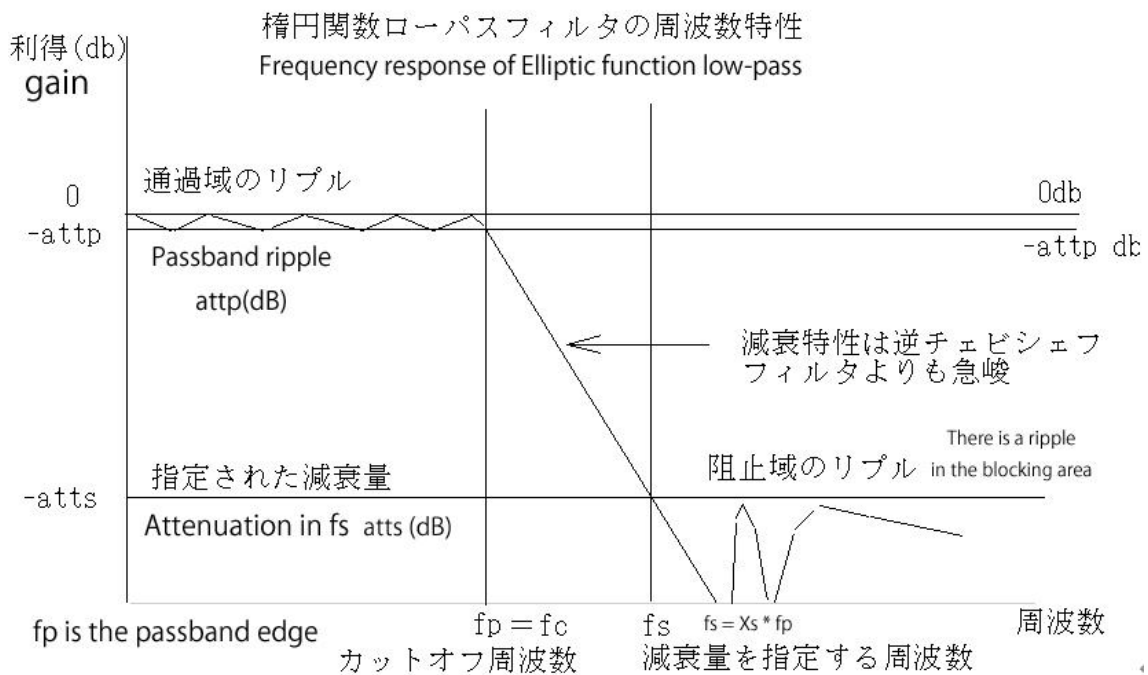


図 1-4 楕円関数ローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-4 Frequency response of elliptic function low-pass filter

$$x_L = f_s / f_p = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{atp/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[\frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (1-121)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (1-151)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、次式によって詳細設計を続けます。

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

mが奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_{\nu} \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} (s^2 + p_{\nu} s + q_{\nu})} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_{ν} , q_{ν} は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{\nu}^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_{\nu} \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} (s^2 + p_{\nu} s + q_{\nu})} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_{ν} , q_{ν} は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{\nu}^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned}$$

アクティブフィルタの設計と合成

第2章 ローパスフィルタの合成

2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

1 次のローパスフィルタ基本回路

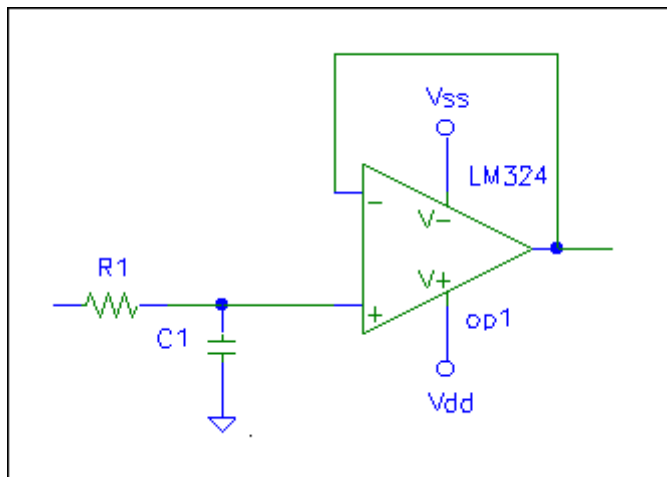


図2-1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_1.cir

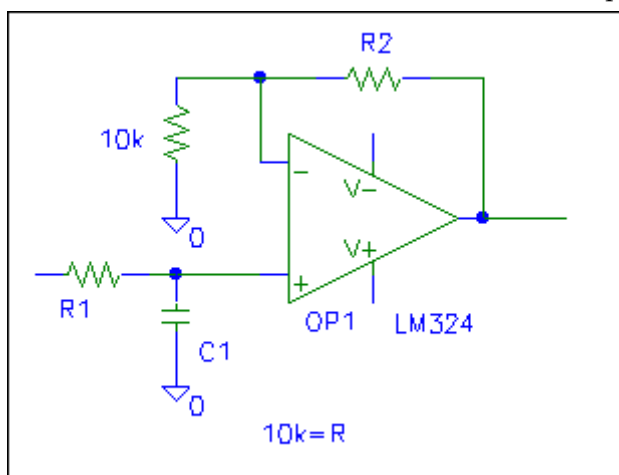


図2-2 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_2.cir

第2章 ローパスフィルタの合成

l p 1 _ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-1)$$

l p 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{\frac{R + R_2}{R} (1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-2)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路

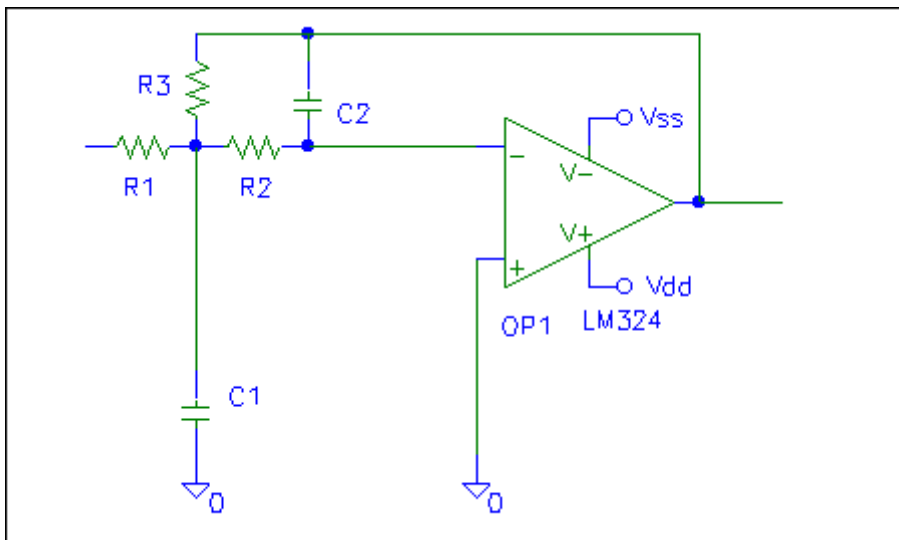


図 2 - 3 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat1_2.cir

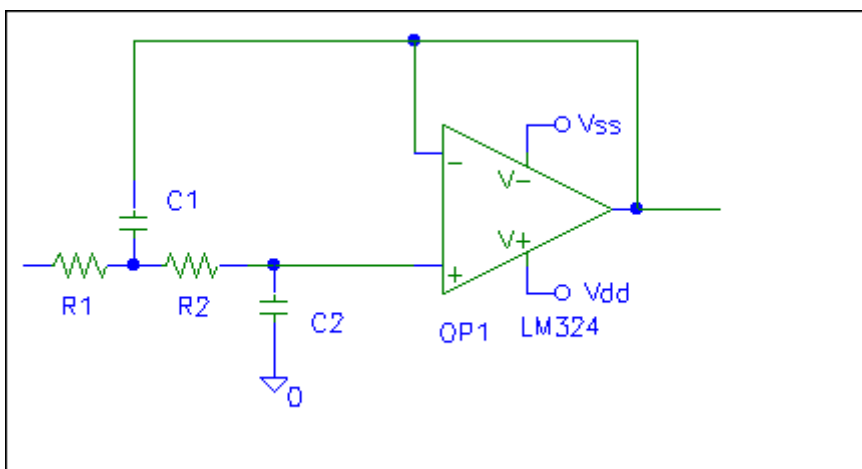


図 2 - 4 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat2_2.cir

2 - 1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式

l p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

l p a t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{\frac{C_1 C_2 R_1 R_2}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}} \quad (2-4)$$

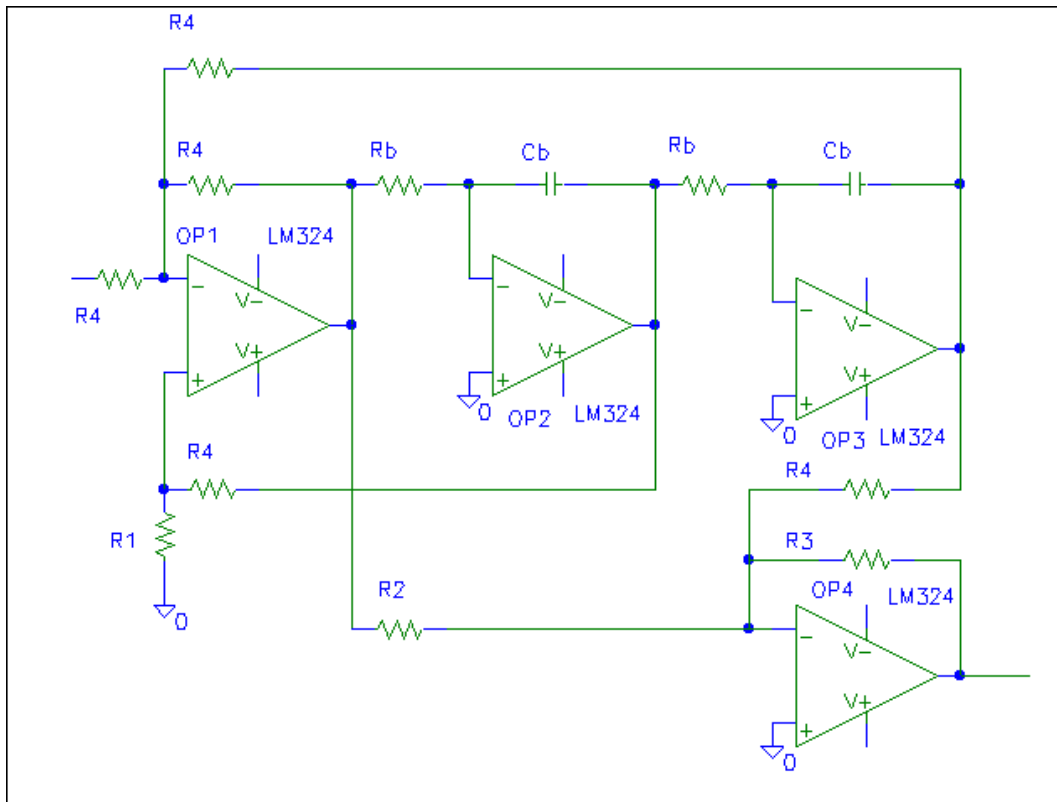
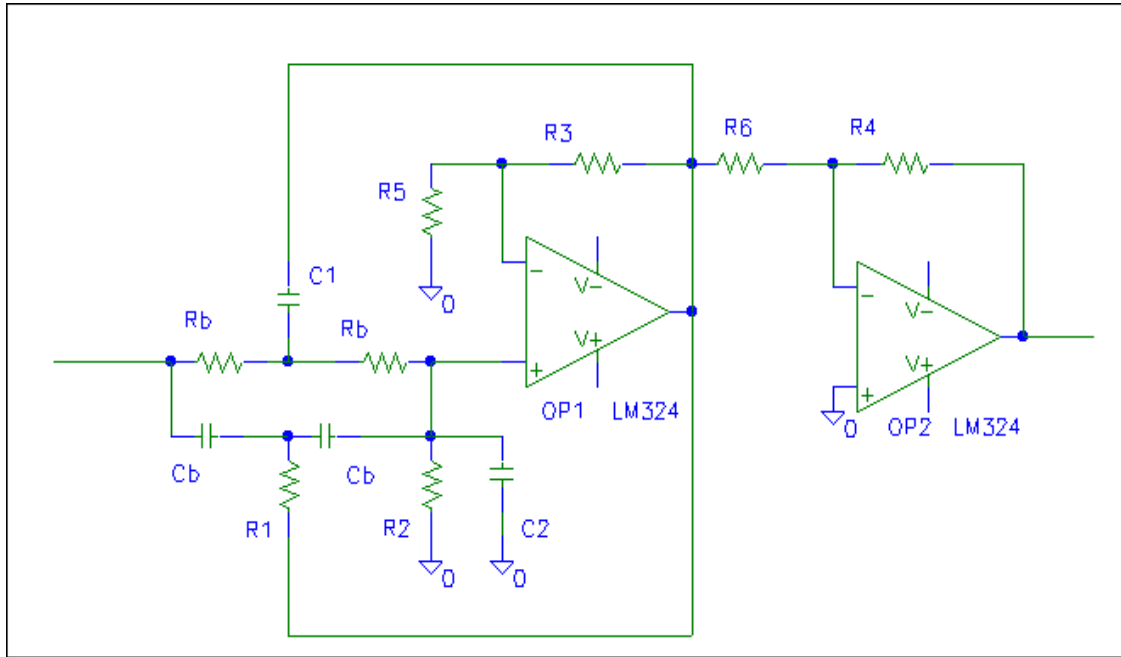


図2-5 2次のローパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図2-6 2次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir

lpet2_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

第2章 ローパスフィルタの合成

2-2 ローパスフィルタの種類と伝達関数

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

2-2-a バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

バターワースローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_c, \omega_{ck}, Q_k \dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-b チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ と
するとき、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k, r_k \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-d 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ローパスフィルタの次数 m （未知）、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

m が奇数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

m が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

ローパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

2-3-1 1次の回路のローパスフィルタへの適用

例えば、バターワースローパスフィルタの伝達関数 (1-7), (1-8) よりフィルタの次数 m が奇数の場合には、1次の回路と2次の回路の縦続接続により実現され、 m が偶数の時には2次の回路の縦続接続により実現されることが解ります。この時、a から d までの特性のローパスフィルタすべてに対して、1次の回路はローパスフィルタの利得が1の場合には $lp1_1.cir$ が使用され、利得が1以上の時には $lp1_2.cir$ が使用されます。

2-3-2 2次の回路のローパスフィルタへの適用

例えば、 $lp2_1.cir$ と $lp2_2.cir$ は a 及び b の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。また、 $lp2_3.cir$ と $lp2_4.cir$ は c と d の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。

2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$ として
バターワースローパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

(1-7) より $1 \text{ p } 1 \text{ --- } 1 \text{ . c i r}$ が使用されます。

(2-1) と (1-7) の 1 次の項を比較して、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad (2-9)$$

ここで、 $\omega_c = 1$, $C_1 = 1$ とすると、

$$R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1$$

$$\text{従って、} C_1 = R_1 = 1 \quad (2-10)$$

ここで、インピーダンス変換係数 Z 及び周波数変換係数 FSF を導入します。

Z は C および R のインピーダンスを Z 倍する倍率を表わし、 FSF は、カットオフ周波数を f_c とする時、 $FSF = 2\pi f_c$ を表わします。

(2-10) において、カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、

$$FSF = 2\pi f_c$$

$$R_1 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z \quad (2-11)$$

2次の回路部分

1 p a t 1 __ 2 . c i r を使用する場合

(2-3) と (1-8) より、利得を1とすると、 $R_3 = R_1$ となります。

$C_2 = C, C_1 = mC, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-13)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (2-14)$$

(2-13) と (2-14) から、

$$\omega_{ck}^2 = \left(\frac{1+2k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-15)$$

(2-15) から、与えられた正の実数mに対して、kは

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-16)$$

を満足するはずですが、kは正の実数でなければなりませんから、

$$A = 4Q_k^2, B = 4Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$B \leq 0 \quad (2-17)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、

$$D = (4Q_k^2 - m)^2 - 16Q_k^4 = m(m - 8Q_k^2) \geq 0 \quad (2-18)$$

$$\therefore m \geq 8Q_k^2$$

(2-17) と (2-18) より、

$$m \geq 8Q_k^2 \text{ の時、} \quad (2-19)$$

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (2-20)$$

従って、(1-9)に基づき、変換係数Z, F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-21)$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$

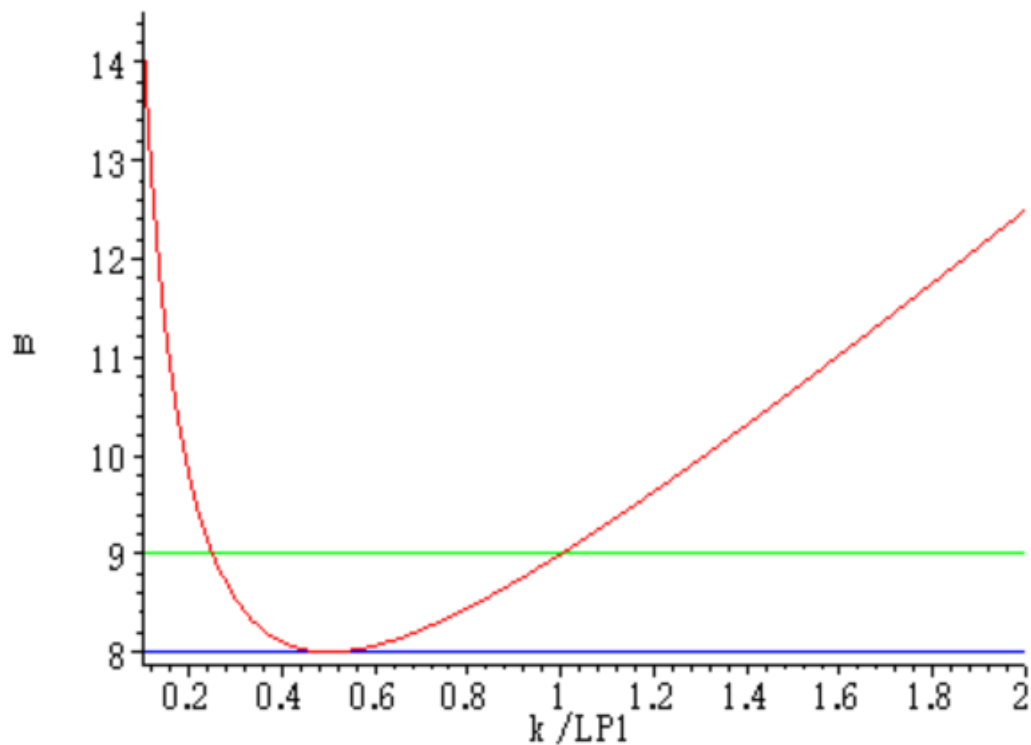
第2章 ローパスフィルタの合成

(2-15) より、 $m = \frac{(1+2k)^2}{k} \cdot Q_k^2$ と表されるが、同時に (2-18) より、 $m \geq 8 \cdot Q_k^2$ が必要条件となる。

だが、 $k > 0$ なら $\frac{(1+2k)^2}{k} \geq 8$ となるので $k = 1$ にすると、 $m = \frac{(1+1 \cdot 2)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 9 \cdot Q_k^2$ より、 $k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ として計算する。

$k=1$ に設定することで、 $R1=R2=R3$ となり素子値の種類が少なくなる。

$m = \frac{(1+2k)^2}{k}$ のグラフは下図のように表されます。



2次の回路部分

1 p a t 2 __ 2 . c i rを使用する場合

(2-4) と (1-8) より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-22)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR} \quad (2-23)$$

(2-22) と (2-23) から、

$$\omega_{ck}^2 = \left(\frac{1+k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-24)$$

(2-24) から、与えられた正の実数mに対して、kは

$$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-25)$$

を満足するはずですが、kは正の実数でなければなりませんから、

$$A = Q_k^2, B = 2Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$B \leq 0 \quad (2-26)$$

$$\therefore m \geq 2Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0 \quad (2-27)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

(2-26) と (2-27) より、

$$m \geq 4Q_k^2 \quad (2-28)$$

の時、

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \quad (2-29)$$

従って、(1-9) に基づき、変換係数Z, F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-30)$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$

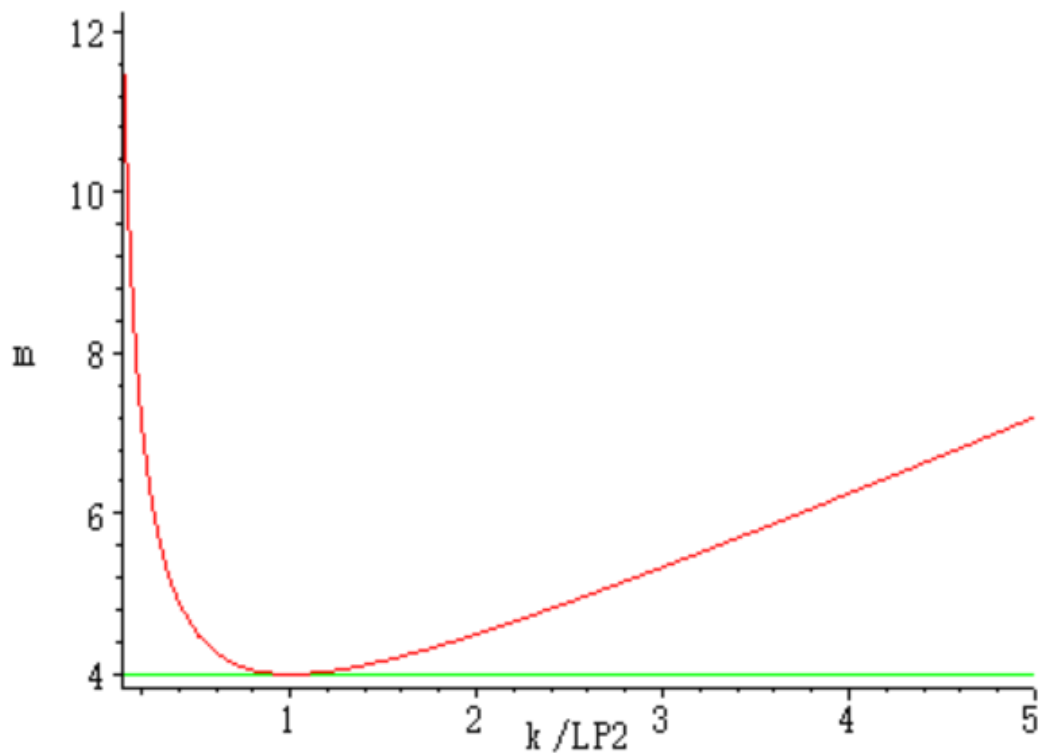
第2章 ローパスフィルタの合成

(2-24) より、 $m = \frac{(1+k)^2}{k} \cdot Q_k^2$ と表されるが、同時に (2-27) より、 $m \geq 4 \cdot Q_k^2$ が必要条件となる。

だが、 $k > 0$ なら $\frac{(1+k)^2}{k} \geq 4$ となるので $k = 1$ にすると、 $m = \frac{(1+1)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 4 \cdot Q_k^2$ より、 $k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ として計算する。

$k=1$ に設定することで、 $R1=R2$ となり素子値の種類が少なくなる。

$m = \frac{(1+k)^2}{k}$ のグラフは下図のように表されます。



2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

第2章 ローパスフィルタの合成

1 次の回路部分

(1-31) より l p 1__1. c i r が使用されます。

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、(1-32a) より、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$\begin{aligned} R_1 &= Z \\ C_1 &= 1/FSF/Z \end{aligned} \quad (2-11)$$

2 次の回路部分

l p a t 1__2. c i r を使用する場合

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-3) と (1-8) より、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (2-20)$$

$k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ として (1-32a) に基づき、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-21)$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$

l p a t 2__2. c i r を使用する場合

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-4) と (1-8) より、

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \quad (2-29)$$

$k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ として、(1-32a) に基づき、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-30)$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用

2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とするとき、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

第2章 ローパスフィルタの合成

(2-5) と (2-6) を (1-42), (1-43) の2次式の部分と比較し易いように変形します。

(2-5) の変形

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_4} \frac{\frac{1}{C_b^2 R_b^2} \left(\frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} s^2 + 1 \right)}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-31)$$

(2-6) の変形

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \frac{\frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} (C_b^2 R_b^2 s^2 + 1)}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}} \quad (2-32)$$

1 次の回路部分

(1-42) より 1 p 1 __ 1 . c i r が使用されます。

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、(1-44) より、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

(2-11)

2 次の回路部分

1 p e t 1 __ 2 . c i r を使用する場合

(2-31) と (1-43), (1-44) より、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-33)$$

$$r_k^2 = \frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} = \frac{R_4}{R_2 \omega_{ck}^2} \quad (2-34)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (2-35)$$

(2-33) と (2-35) より、

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (2-36)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(2-34) より、

$$R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2} \quad (2-37)$$

(2-33) より、

$$FSF = \omega_{ck}, C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_3 = R_4 \quad (2-38)$$

2次の回路部分

1 p e t 2 __ 2 . c i r を使用する場合

(2-32) と (1-43), (1-44) より、

$$r_k^2 = C_b^2 R_b^2 \quad (2-39)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2 (1 + kd)} = \frac{1 + kr}{r_k^2 (1 + kd)} \quad (2-40)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{r_k (1 + kd)} \quad (2-41)$$

$$G = \frac{kk}{1 + kr} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (2-42)$$

(2-40) より、

$$kd = \frac{1 + kr}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > \frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > 0 \dots \dots \Theta kr > 0 \quad (2-43)$$

まず、 kd を (2-43) を満足する値に設定します。このとき、(2-40) より、

$$kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1 + kd) - 1 \quad (2-44)$$

(2-41) より、

$$kd + kr + 4(1 - kk) = \frac{r_k \omega_{ck} (1 + kd)}{Q_k} \quad (2-45)$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{r_k \omega_{ck} (1 + kd)}{Q_k}}{4}$$

(2-45) に (2-44) を代入して、 $kk > 1, r_k \omega_{ck} < 1$ を適用すると

$$kd > \frac{Q_k(1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}$$

$$(2-42) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \quad (2-46)$$

従って、(2-39) より、変換係数を $FSF = 1/r_k$ とすると、

$$C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kr}{kk} R_6 \quad (2-47)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max[\frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1, \frac{Q_k(1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}]$ を満足する kd に対して、

$$kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1 + kd) - 1 \quad (2-44)$$

$$kk = \{kd + kr + 4 - r_k \omega_{ck} (1 + kd)/Q_k\}/4 \quad (2-45)$$

2-3-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用

楕円関数ローパスフィルタの次数 m （未知）、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

m が奇数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

m が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{^{m/2}\sqrt{C_H} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2 \quad (2-8)$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

(2-5) と (2-6) を (1-140) と (1-142) の2次式の部分と比較して楕円関数ローパスフィルタを合成します。

カットオフ周波数を $\omega_p = 2\pi f_p$ とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ が求められて

いるものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ とします。

1 次の回路部分

定義より、 $|H_m(\omega_p, 0)| = 1$ なので、1 p 1 __ 1 . c i r が使用されます。

$$FSF = \sigma, R_1 = Z, C_1 = 1/Z/FSF \quad (2-48)$$

2 次の回路部分

1 p e t 1 __ 2 . c i r を使用する場合

(2-5) と (1-142) より、

$$q_v = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-49)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} q_v \quad (2-50)$$

$$p_v = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3\sqrt{q_v} R_1}{(R_1 + R_4)} \quad (2-51)$$

(2-49) より、

$$FSF = \sqrt{q_v} \text{ として、 } C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z \quad (2-52)$$

(2-50) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ として、

$$R_2 = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} R_4 \quad (2-53)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m = \text{odd}) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m = \text{even}) \text{ として、}$$

$$R_3 = G R_2$$

$$(2-51) \text{ より、 } R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v - p_v}} R_4 \quad (2-54)$$

2次の回路部分

1 p e t 2__2. c i r を使用する場合

(2-6) と (1-142) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ として、

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (2-55)$$

$$q_v = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{0v}^2 \quad (2-56)$$

$$p_v = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{(1+kd)} \omega_{0v} \quad (2-57)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m = \text{odd}) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m = \text{even}) \text{ として、}$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (2-58)$$

(2-56) より、

$$kd = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} (1+kr) - 1 > \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kr > 0 \text{ を満足する } k, d \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}^2} (1+kd) - 1 \quad (2-59)$$

(2-57) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v(1+kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

(2-60) に (2-59) を代入して、 $kk > 1$ を適用すると、

$$kd > \frac{\omega_{0v}^2 + p_v \omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v \omega_{0v} + q_v} \quad (2-58) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} G R_6 \quad (2-61)$$

$$\text{従って、 } FSF = \omega_{0v} = x_v \omega_p \text{ として、 } kd > \max \left[\frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1, \frac{\omega_{0v}^2 + p_v \omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v \omega_{0v} + q_v} \right] \text{ に対して、}$$

$$C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kd}{kk} GR_6$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}} (1 + kd) - 1 \quad (2-59)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{p_v(1 + kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

アクティブフィルタの設計と合成

第3章 ハイパスフィルタの設計

Chapter 3: High Pass Filter Design

3-1 ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

3-1 Types of high-pass filters and their frequency response graphs

- a. Butterworth high-pass filter
- b. Chebyshev high-pass filter
- c. Inverse Chebyshev high-pass filter
- d. Elliptic function high-pass filter

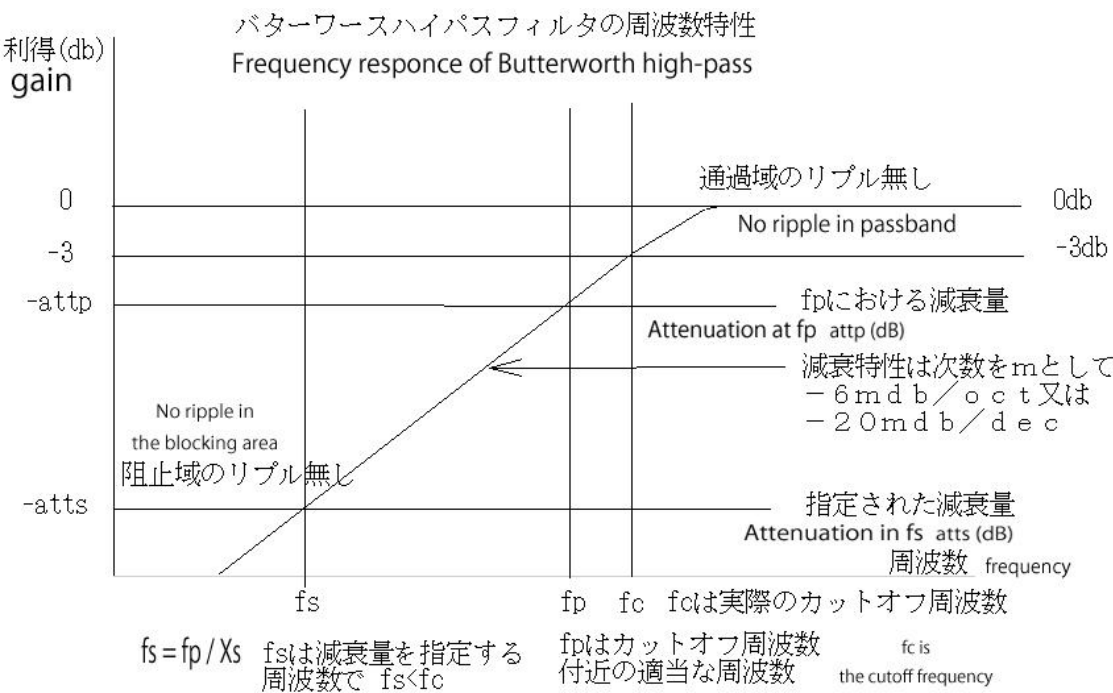


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-1 Frequency response of Butterworth high-pass filter

3-1 ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

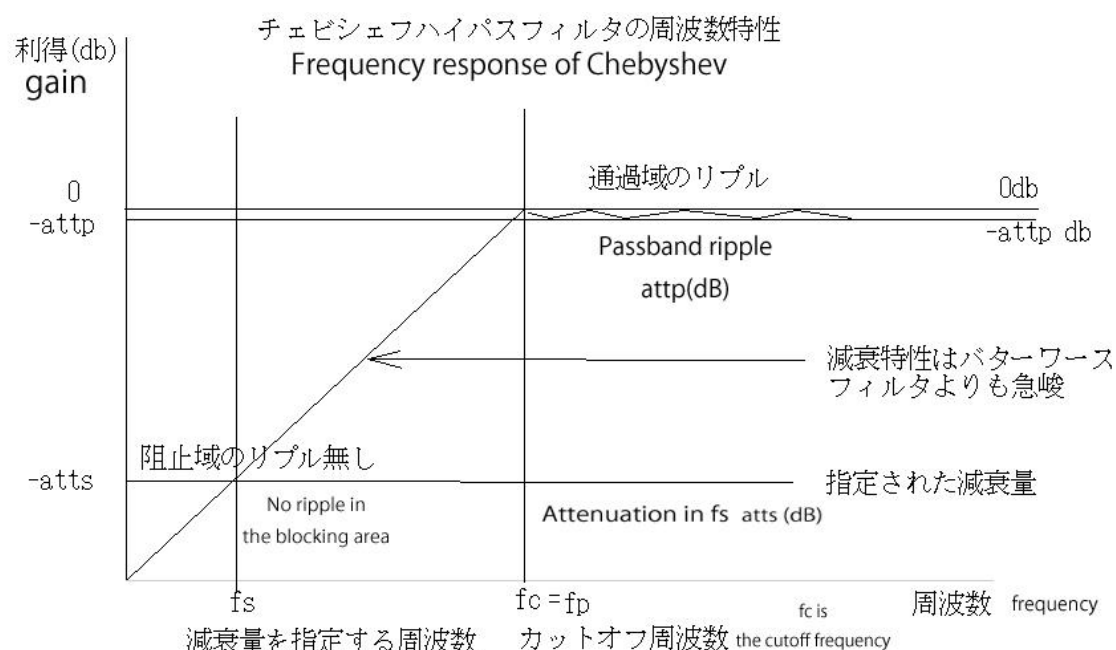


図3-2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-2 Frequency response of Chebyshev high-pass filter

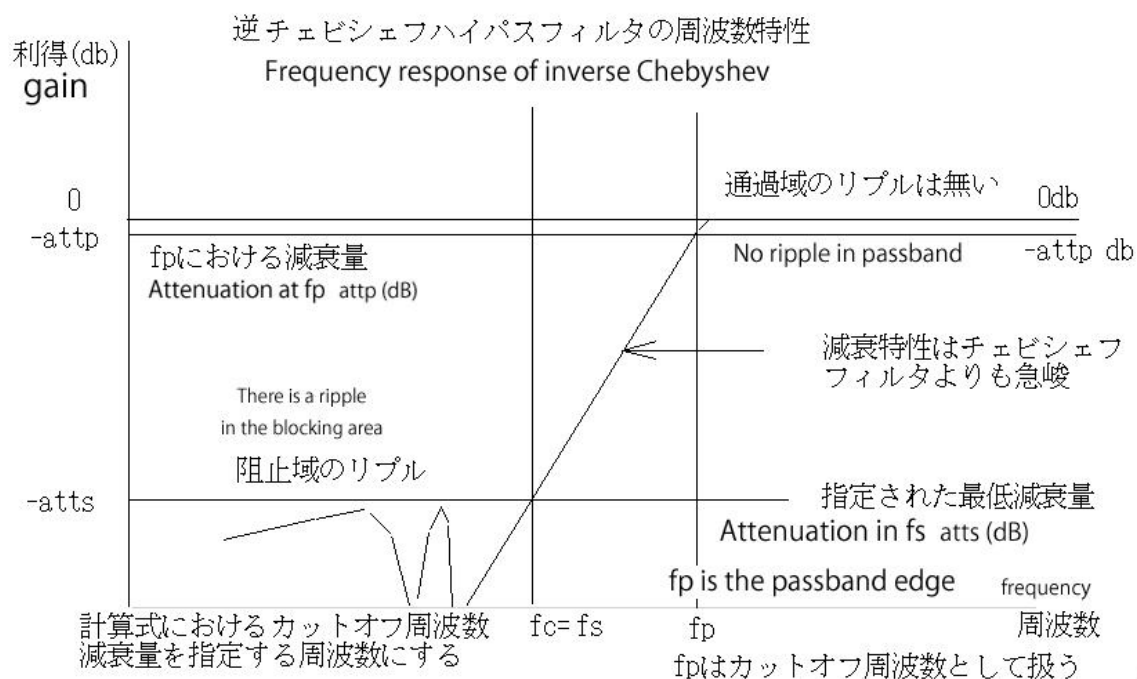


図3-3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-3 Frequency response of inverse Chebyshev high-pass filter

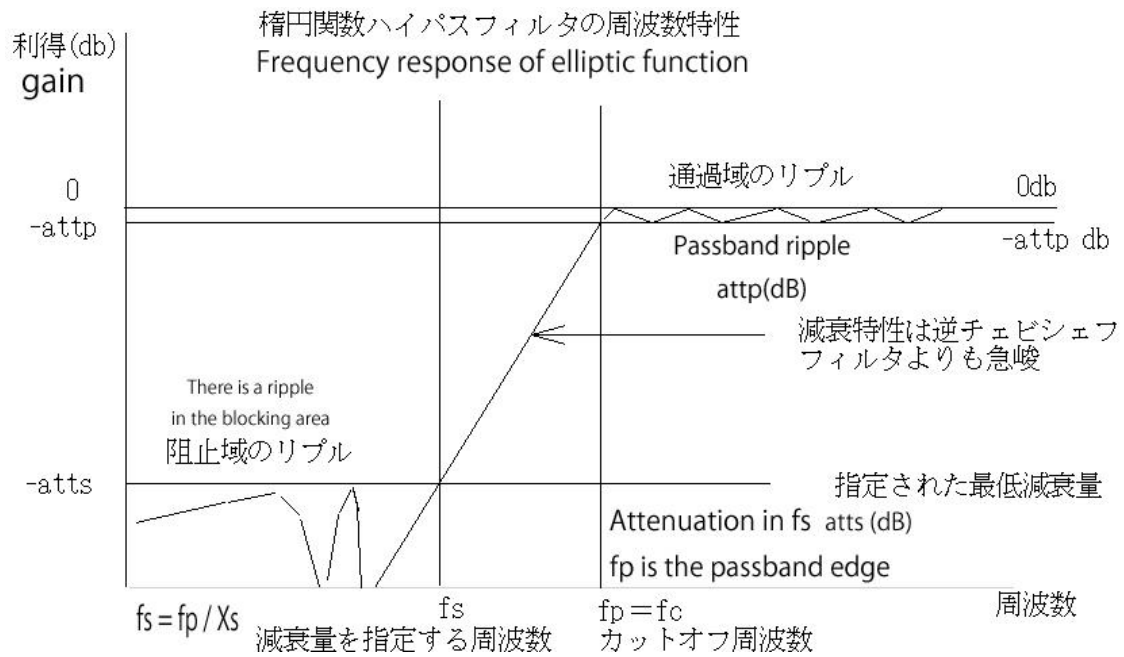


図 3-4 楕円関数ハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-4 Frequency response of elliptic function high-pass filter

3-2 ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する

カットオフ周波数 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ のハイパスフィルタの伝達関数は $\omega_c = 1$ として設計したローパスフィルタの伝達関数において s の代わりに ω_0/s を代入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで得られます。

1 次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{\omega_c}{\omega_0/s + \omega_c} = \frac{s}{s + \omega_0/\omega_c} \quad (3-1)$$

$$\ominus \omega_c = 1, \quad \rightarrow \frac{s}{s + \omega_0} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_c}$$

(1-31), (1-42), (1-140) については、

$$\frac{\omega_d}{s + \omega_d} \rightarrow \frac{\omega_d}{\omega_0/s + \omega_d} = \frac{s}{s + \omega_0/\omega_d} \quad (3-2)$$

$$\rightarrow \frac{s}{s + \omega_c/\omega_d} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_d}$$

2 次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び

(1-42), (1-43), (1-140), (1-142) の一部については、

$$\frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\omega_0^2/s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\omega_0/s + \omega_{ck}^2}$$

$$\rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_0/\omega_{ck})/Q_k s + (\omega_0/\omega_{ck})^2} \rightarrow \frac{s^2}{s^2 + \frac{(\omega_c/\omega_{ck})}{Q_k} s + (\omega_c/\omega_{ck})^2}$$

$$\rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-3)$$

$$\frac{1}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{1}{\omega_0^2/s^2 + p_v \omega_0/s + q_v} \rightarrow \frac{s^2}{q_v \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)}$$

3-2 ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する

(1-4 2), (1-4 3), (1-1 4 0), (1-1 4 2) の一部については、

$$\begin{aligned}
 r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 \omega_0^2}{s^2} + 1 = \frac{s^2 + r_k^2 \omega_0^2}{s^2} \rightarrow \frac{s^2 + r_k^2}{s^2} \\
 s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 (\ominus \omega_p = 1) \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s^2} + x_v^2 \\
 &= \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + \left(\frac{\omega_0}{x_v} \right)^2 \right\}}{s^2} \rightarrow \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p / x_v)^2 \right\}}{s^2}
 \end{aligned} \tag{3-4}$$

3-3 バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-1), (3-3) を適用すると、

バターワースハイパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \tag{3-5}$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \tag{3-6}$$

(3-5), (3-6) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \tag{3-7}$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-3 バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-4 与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計

3-3までで、次数 m とカットオフ周波数 ω_c によってバターワースハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

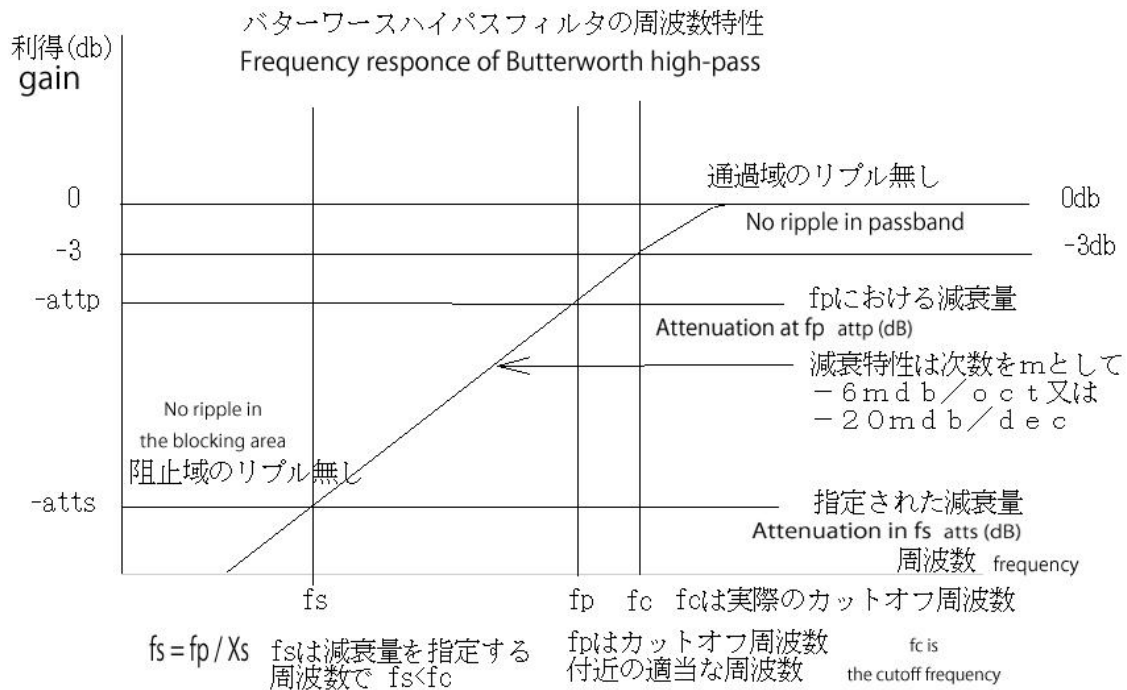


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-1 Frequency response of Butterworth high-pass filter

図3-1における、 f_p 、 f_s 、 $attp$ 、 $atts$ を与えられて、実際のカットオフ周波数 f_c 及びフィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_p / f_s)} \quad (3-8)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースハイパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

$$f_c = f_p \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1} \quad (3-9)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 m と ω_c を(3-5)から(3-7)に適用すると最終的な設計が完了します。

3-4 与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計

3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $attp(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)、(3-3)を適用して、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10)、(3-11)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計

3-5までで、フィルタの次数 m とカットオフ周波数 ω_c 及び通過域のリプル $attp(db)$ によってチェビシェフハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

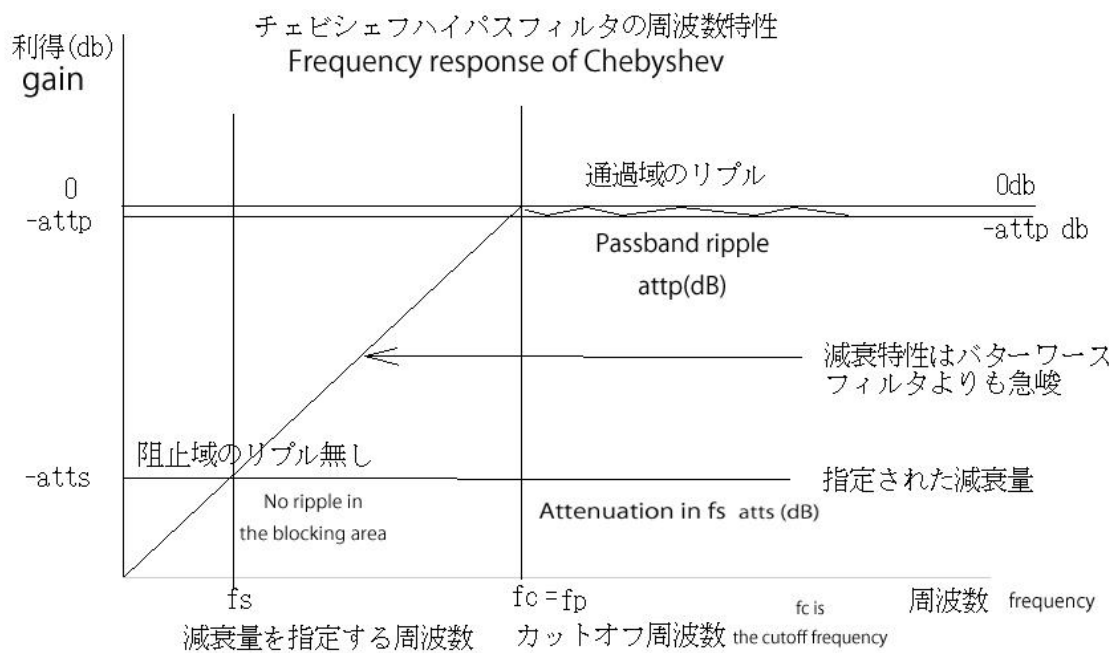


図3-2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-2 Frequency response of Chebyshev high-pass filter

図3-2における、 $f_p = f_c$ 、 f_s 、 $attp$ 、 $atts$ を与えられて、チェビシェフハイパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(f_c / f_s \right)} \quad (3-13)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を(3-10)から(3-12)に適用すると最終的な設計が完了します。

3-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計

3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$ として、(3-2) から (3-4) を適用すると、
 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \\ p_k &= \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \\ q_k &= \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \end{aligned} \quad (3-16)$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\begin{aligned} \omega_{ck} &= \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} \\ Q_k &= \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \end{aligned}$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計

3-7までで、次数 m と周波数 ω_c 及び減衰量 $atts(db)$ によってフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

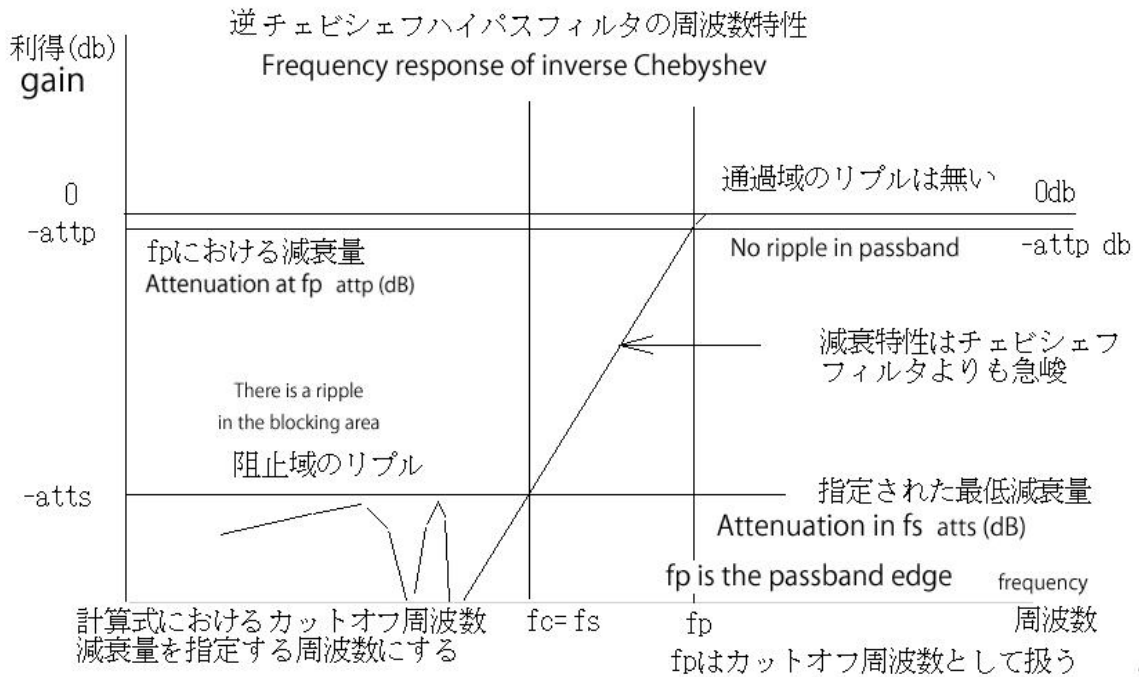


図3-3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-3 Frequency response of inverse Chebyshev high-pass filter

上図において、計算式における周波数 f_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 f_s 、 f_p はこれまでカットオフ周波数 f_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (3-17)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{f_p}{f_s} \right)} \quad (3-18)$$

3-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計

従って、フィルタの次数 m は(3-18)の d を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (3-19)$$

次に、 m を(3-14)から(3-16)に適用すると最終的な設計が完了します。

さらについでに、 f_p , att_p , att_s 及び m を与えられて、 f_s を求めてみます。

この場合は、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_p}{f_s} \omega_p = x \omega_p$ とすると、(1-51) から

$$\omega_c = \omega_p \left/ \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \right. \quad (3-20)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p$$

により、最低減衰量に達する周波数 f_s が要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-14), (3-15), (3-16) によって詳細設計を続けます。

3-9 楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数ハイパスフィルタの次数 m （未知）、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

m が奇数の時

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、(3-2), (3-3), (3-4) を適用して、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p/\sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x_\nu^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_\nu)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_\nu} \left(s^2 + \frac{p_\nu}{q_\nu} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_\nu} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned}$$

m が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{\sqrt[m/2]{C_H} q_v \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 C_H 、 p_v 、 q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

(3-21)、(3-22)において、1次及び2次のハイパスフィルタの各段のゲインは1です。

3-10 与えられた次数による楕円関数ハイパスフィルタの設計

3-9までで、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル att_p (dB)、周波数 f_s において最低減衰量 $atts$ (dB) を確保する楕円関数ハイパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル att_p (dB)、最低減衰量に達する周波数 f_s を与えて楕円関数ハイパスフィルタを設計する方法を紹介します。

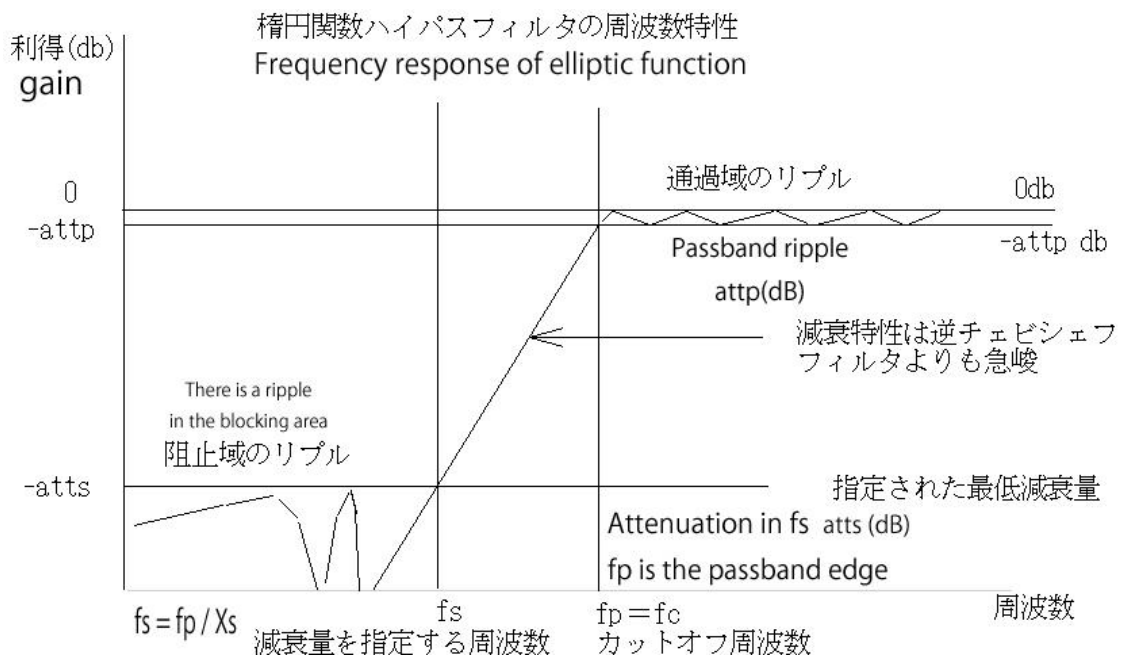


図3-4 楕円関数ハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-4 Frequency response of elliptic function high-pass filter

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[\frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (3-23)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (3-24)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-21), (3-22) によって詳細設計を続けます。

アナログフィルタの設計と合成

第4章 ハイパスフィルタの合成

4－1 ハイパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

1 次のハイパスフィルタ基本回路

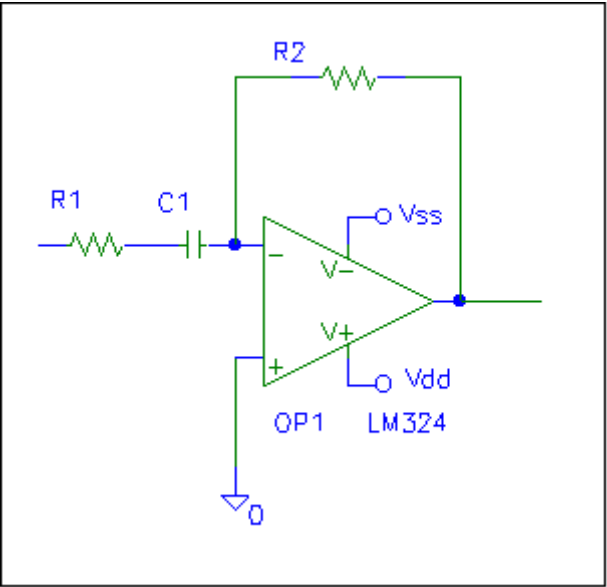


図4－1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 1 hp1_1.cir

hp1_1.cir の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

2次のハイパスフィルタ基本回路

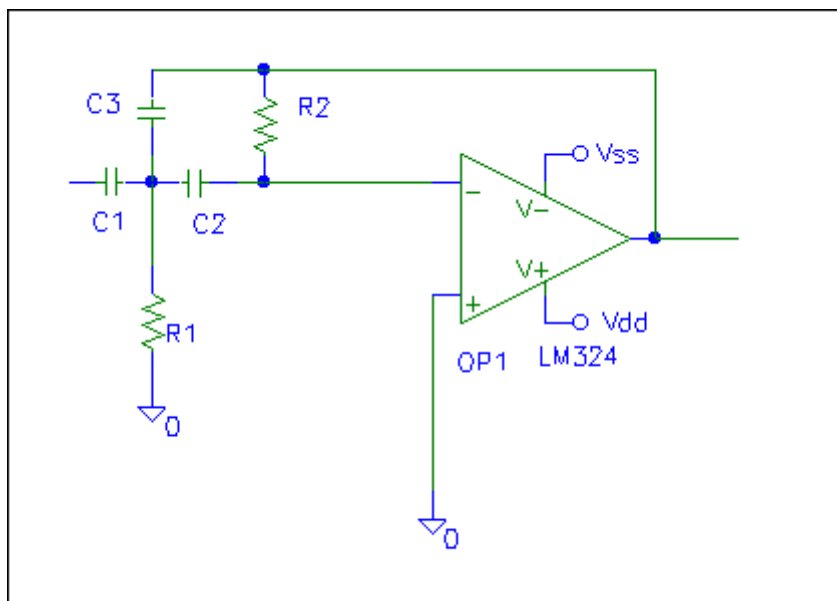


図4-2 2次のハイパスフィルタ基本回路 h pat1_2.cir

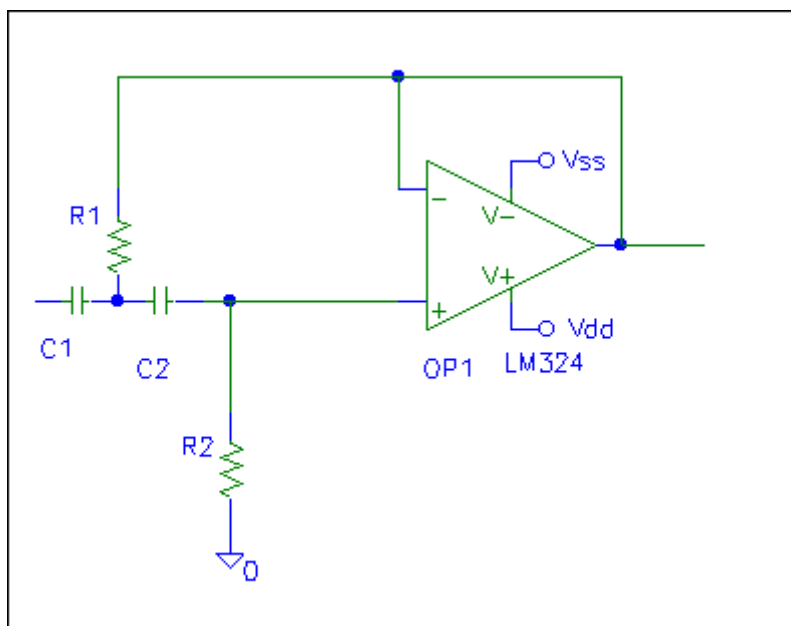


図4-3 2次のハイパスフィルタ基本回路 h pat2_2.cir

h p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

h p a t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

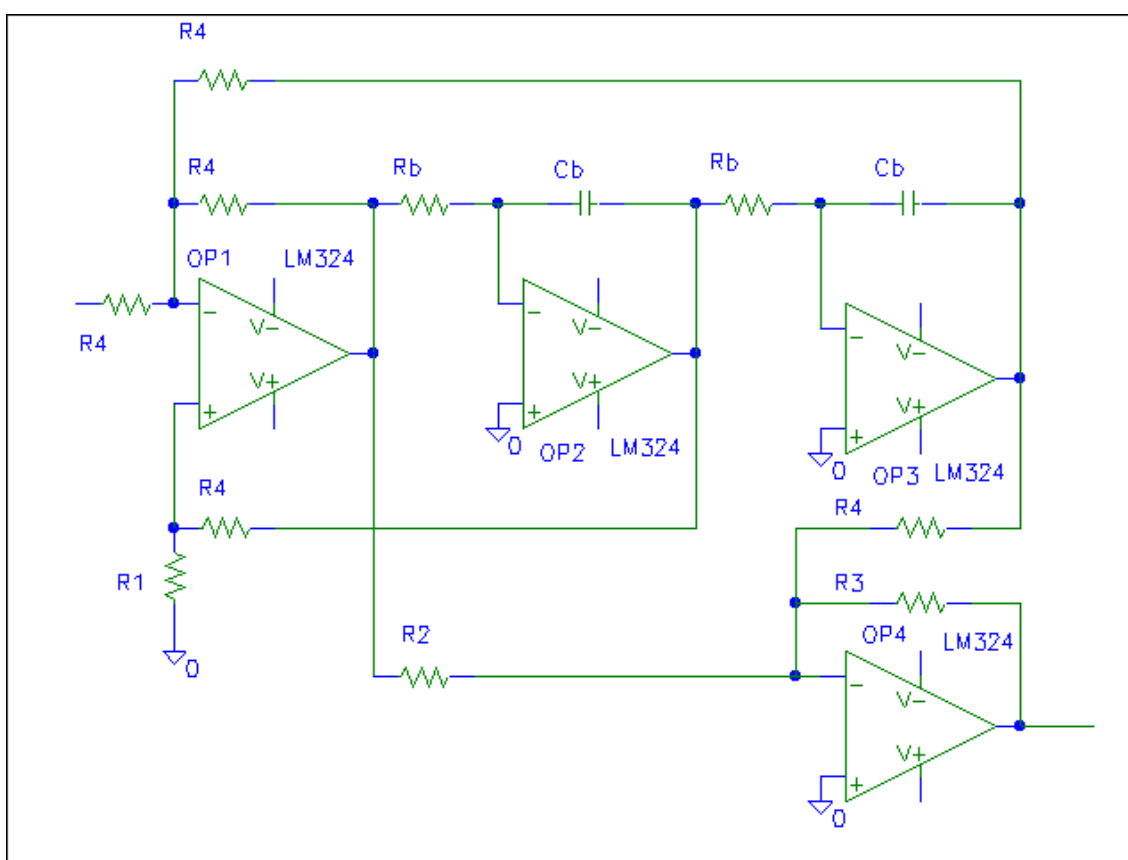
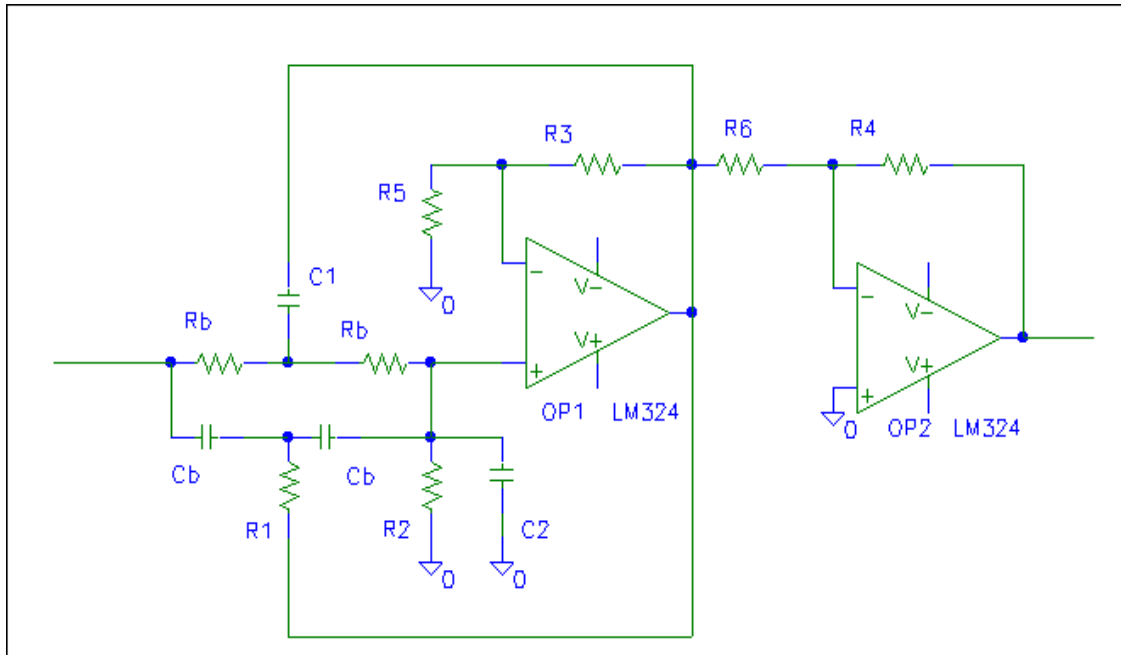


図4-4 2次のハイパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2-5と同じ)

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (4-4)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図4-5 2次のハイパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図2-6と同じ)

lpet2_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (4-5)$$

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

ハイパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

4-2-1 1次の回路のハイパスフィルタへの適用

例えば、バターワースハイパスフィルタの伝達関数(3-5), (3-6)よりフィルタの次数mが奇数の場合には、1次の回路と2次の回路の縦続接続により実現され、mが偶数の時には2次の回路の縦続接続により実現されることが解ります。この時、aからdまでの特性のハイパスフィルタすべてに対して、1次の回路はhp1_1.cirが使用されます。

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-1 1次の回路のハイパスフィルタへの適用

4-2-2 2次の回路のハイパスフィルタへの適用

例えば、h p a t 1__2. c i r と h p a t 2__2. c i r は a 及び b の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。また、l p e t 1__2. c i r と l p e t 2__2. c i r は c と d の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

バターワースハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$ として、(3-1), (3-3) を適用すると、バターワースハイパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-5)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-6)$$

(3-5), (3-6) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \quad (3-7)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1次の回路部分

(3-5) より h p 1__1. c i r が使用されます。

(4-1) と (3-5) の1次の項を比較して、利得を1とすると、

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-2 2次の回路のハイパスフィルタへの適用

第4章 ハイパスフィルタの合成

$$R_1 = R_2$$

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad (4-6)$$

ここで、インピーダンス変換係数 Z 及び周波数変換係数 FSF を導入します。

Z は C および R のインピーダンスを Z 倍する倍率を表わし、 FSF は、カットオフ周波数を f_c とする時、 $FSF = 2\pi f_c$ を表わします。

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z \quad (4-7)$$

2次の回路部分

h p a t 1 _ 2 . c i r を使用する場合

利得を 1 とすると、(4-2) と (3-6) より $C_3 = C_1$ となります。

$C_2 = mC, C_1 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-8)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} = \frac{2+m}{mkCR} \quad (4-9)$$

(4-8), (4-9) から、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(2+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \quad (4-10)$$

$$\therefore k = \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2$$

(4-10) より、 m についての2次方程式の判別式 ≥ 0 より $k \geq 8 \cdot Q_k^2$ が必要条件となる。

しかし、 $m > 0$ なら $\frac{(2+m)^2}{m} \geq 8$ となるので $m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$ とする。

従って、 $m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$, 変換係数 Z , FSF を適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は (3-12) に従います。

$m=1$ に設定することで、 $C1=C2=C3$ となり素子値の種類が少なくなる。

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

第4章 ハイパスフィルタの合成

2次の回路部分

h p a t 2 _ 2 . c i rを使用する場合

(4-3) と (3-6) より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-12)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} = \frac{1+m}{mkCR} \quad (4-13)$$

(4-12), (4-13) から、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(1+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \quad (4-14)$$

$$\therefore k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2$$

(4-14) より、 m についての2次方程式の判別式 ≥ 0 より $k \geq 4 \cdot Q_k^2$ が必要条件となる。

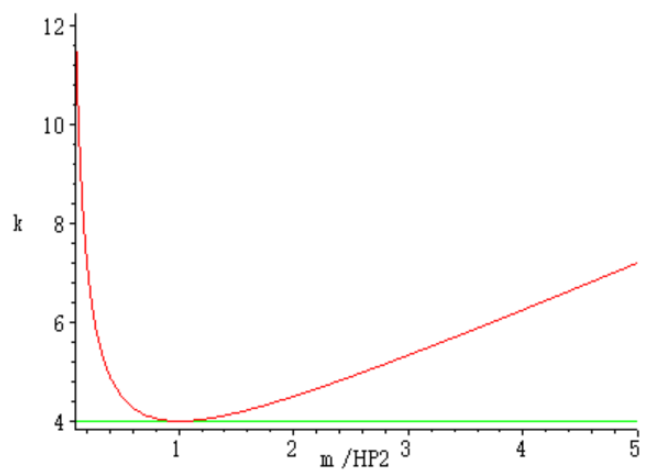
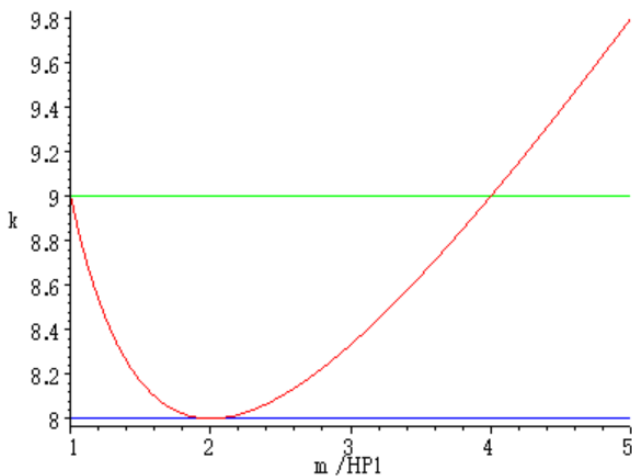
だが、 $m > 0$ なら $\frac{(1+m)^2}{m} \geq 4$ となるので $m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$ とする。

従って、 $m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$, 変換係数 Z , F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は(3-7)に従います。

$m=1$ に設定することで、 $C1=C2$ となり素子値の種類が少なくなる。



4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用

チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)、(3-3) を適用して、 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10)、(3-11) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

h p 1 _ 1 . c i r が使用されます。

カットオフ周波数を f_c 、 R の値を Z とすると、(3-12) より、

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

(4-16)

2次の回路部分

h p a t 1__2. c i rを使用する場合

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値mに対して、

$$k = \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-10)$$

従って、 $m=1, k=9 \cdot Q_k^2$, 変換係数Z, F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk}\omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は(3-12)に従います。

h p a t 2__2. c i rを使用する場合

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値mに対して、

$$k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-14)$$

従って、 $m=1, k=4 \cdot Q_k^2$, 変換係数Z, F S Fを適用して、

$$FSF = \sqrt{mk}\omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は(3-12)に従います。

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数m、周波数 f_c における減衰量atts(db)とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$ として、(3-2)から(3-4)を適用して、

逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

mが偶数であれば、

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-16)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分

(3-14) より h p 1 _ 1 . c i r が使用されます。

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

(4-17)

2 次の回路部分

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用する場合

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

(4-4) と (3-15) より、 $R_3 = R_2$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-18)$$

$$r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2 \quad (4-19)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (4-20)$$

(4-18) と (4-20) より、

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (4-21)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(4-19) より、

$$R_2 = \frac{r_k^2}{\omega_{ck}^2} R_4 \quad (4-22)$$

(4-18) より、

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF \quad (4-23)$$

2次の回路部分

1 p e t 2 __ 2 . c i r を使用する場合

(4-5) と (3-15) より、

$$r_k^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-24)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} r_k^2 \quad (4-25)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} r_k \quad (4-26)$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (4-27)$$

(4-25) より、

$$kr = \left(\frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 (1+kd) - 1 > \left(\frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 - 1 > 0 \dots \dots \ominus kd > 0 \quad (4-28)$$

まず、 kr を (4-28) を満足する値に設定します。

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

このとき、(4-25) より、

$$kd = \left(\frac{r_k}{\omega_{ck}} \right)^2 (1 + kr) - 1 \quad (4-29)$$

(4-26) より、

$$\begin{aligned} kd + kr + 4(1 - kk) &= \frac{\omega_{ck}(1 + kd)}{r_k Q_k} \\ \therefore kk &= \frac{kd + kr + 4 - \frac{\omega_{ck}(1 + kd)}{r_k Q_k}}{4} > 1 \quad (4-30) \\ \therefore kr &> \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k \omega_{ck}} \end{aligned}$$

$$(4-27) \text{ より、 } R_4 = \frac{1 + kd}{kk} R_6 \quad (2-46)$$

従って、(4-24) より、変換係数を $FSF = r_k$ とすると、

$$\begin{aligned} FSF = r_k, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_1 = Z/2 \\ R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk - 1)R_5, R_4 = \frac{1 + kd}{kk} R_6 \quad (2-47) \\ C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2 \end{aligned}$$

ただし、 $kr > \max \left[\left(\frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 - 1, \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k \omega_{ck}} \right]$ を満足する kr に対して、

$$kd = \left(\frac{r_k}{\omega_{ck}} \right)^2 (1 + kr) - 1 \quad (4-29)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{\omega_{ck}(1 + kd)}{r_k Q_k}}{4} \quad (4-30)$$

4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

楕円関数ハイパスフィルタの次数 m (未知)、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

mが奇数の時

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

とする時、(3-2), (3-3), (3-4) を適用して、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p/\sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x_\nu^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_\nu)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H} \sigma q_\nu \left(s^2 + \frac{p_\nu}{q_\nu} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_\nu} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2 \right] \end{aligned}$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{x_\nu^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_\nu)^2 \right\}}{m/2 \sqrt{C_H} q_\nu \left(s^2 + \frac{p_\nu}{q_\nu} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_\nu} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 C_H , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

第4章 ハイパスフィルタの合成

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2]$$

(3-31) と (3-32) を (4-4) と (4-5) の2次式の部分と比較して楕円関数ハイパスフィルタを合成します。

カットオフ周波数を $\omega_p = 2\pi f_p$ とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ が求められているものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ とします。

1次の回路部分

定義より、 $|H_m(\omega_p, \infty)| = 1$ なので、hp 1__1. cir が使用されます。

$$FSF = \omega_p / \sigma, R_1 = R_2 = Z, C_1 = 1/Z/FSF \quad (4-31)$$

2次の回路部分

lp 2__2. cir を使用する場合

(4-4) と (3-22) より、

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-32)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \frac{\omega_p^2}{q_v} \quad (4-33)$$

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1 \omega_p}{(R_1 + R_4) \sqrt{q_v}} \quad (4-34)$$

$$G = \frac{x_v^2}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_v}} (m = odd) \quad G = \frac{x_v^2}{m/2 \sqrt{C_H q_v}} (m = even) \text{ として、 } R_3 = GR_2$$

$$(4-32) \text{ より、 } FSF = \omega_p / \sqrt{q_v} \text{ として、 } R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF \quad (4-35)$$

$$(4-33) \text{ より、 } R_2 = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} R_4 \quad (4-36)$$

ただし、 $\omega_{0v} = \omega_p / x_v$ とします。

(4-34) より、

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

$$R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v} - p_v} R_4 \quad (3\sqrt{q_v} - p_v > 0) \quad (4-37)$$

2次の回路部分

1 p e t 2__2. c i r を使用する場合

(4-5) と (3-22) より、

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (4-38)$$

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{0v}^2 \quad (4-39)$$

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{(1+kd)} \omega_{0v} \quad (4-40)$$

$$G = \frac{x_v^2}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_v}} (m = odd) \quad G = \frac{x_v^2}{m/2 \sqrt{C_H q_v}} (m = even) \text{ として、}$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (4-41)$$

(4-39) より、

$$kr = \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} (1+kd) - 1 > \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kd > 0 \text{ を満足する } k, r \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1+kr) - 1 \quad (4-42)$$

(4-40) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1+kd)}{4q_v \omega_{0v}} > 1 \quad (4-43)$$

$$\therefore kr > \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}}$$

$$(4-41) \text{ より、 } R_4 = \frac{1+kd}{kk} G R_6 \quad (4-44)$$

従って、 $kr > \max[\frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1, \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}}]$ に対して、

$$FSF = \omega_{0v} = \omega_p / x_v, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF$$

$$R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk - 1)R_5$$

$$R_4 = \frac{1 + kd}{kk} GR_6, C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1 + kr) - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1 + kd)}{4q_v \omega_{0v}}$$

アナログフィルタの設計と合成

第5章 バンドパスフィルタの設計

5-1 バンドパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

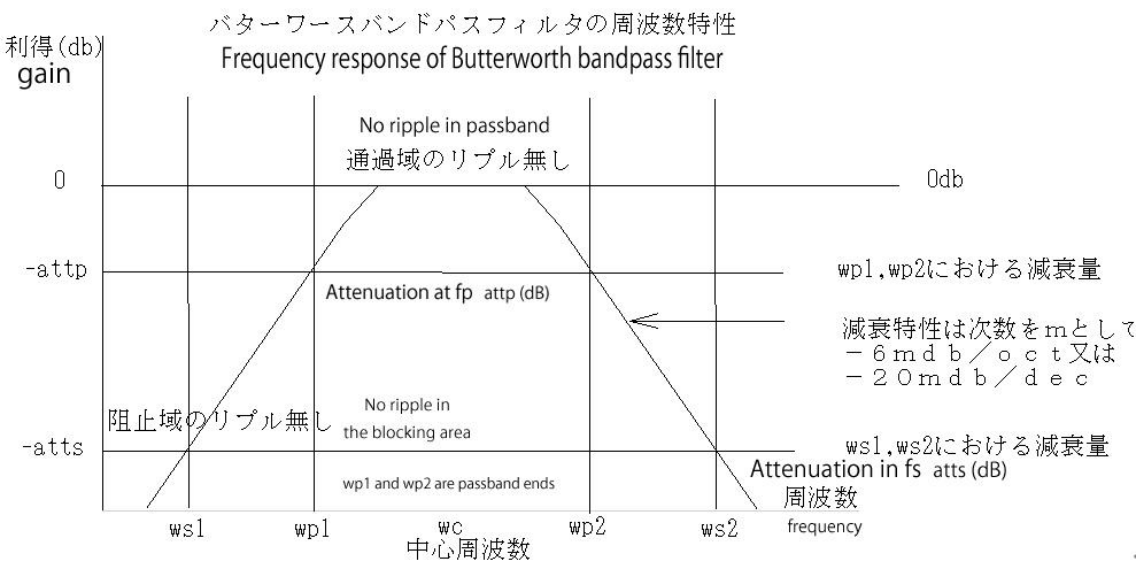


図 5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-1 Frequency response of Butterworth bandpass filter

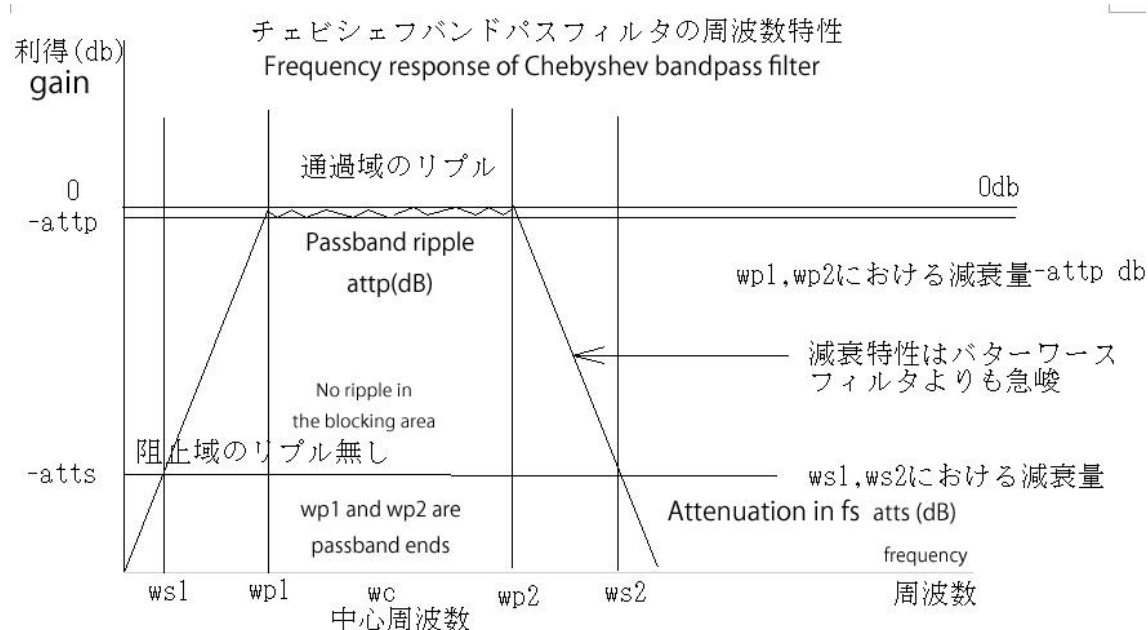


図 5-2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-2 Frequency response of Chebyshev bandpass filter

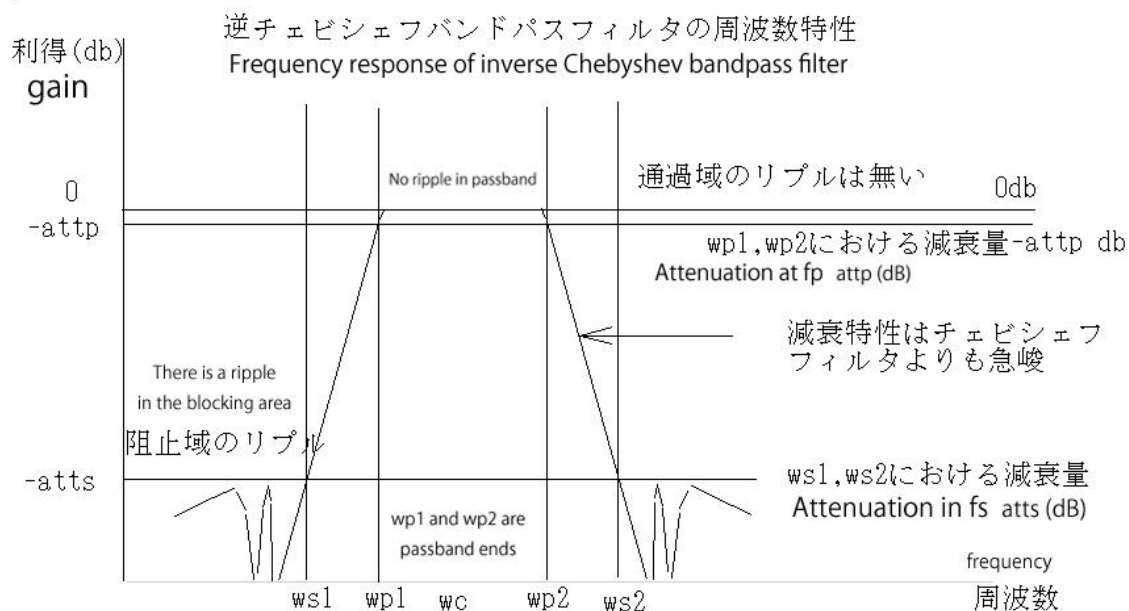


図 5-3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-3 Frequency response of inverse Chebyshev bandpass filter

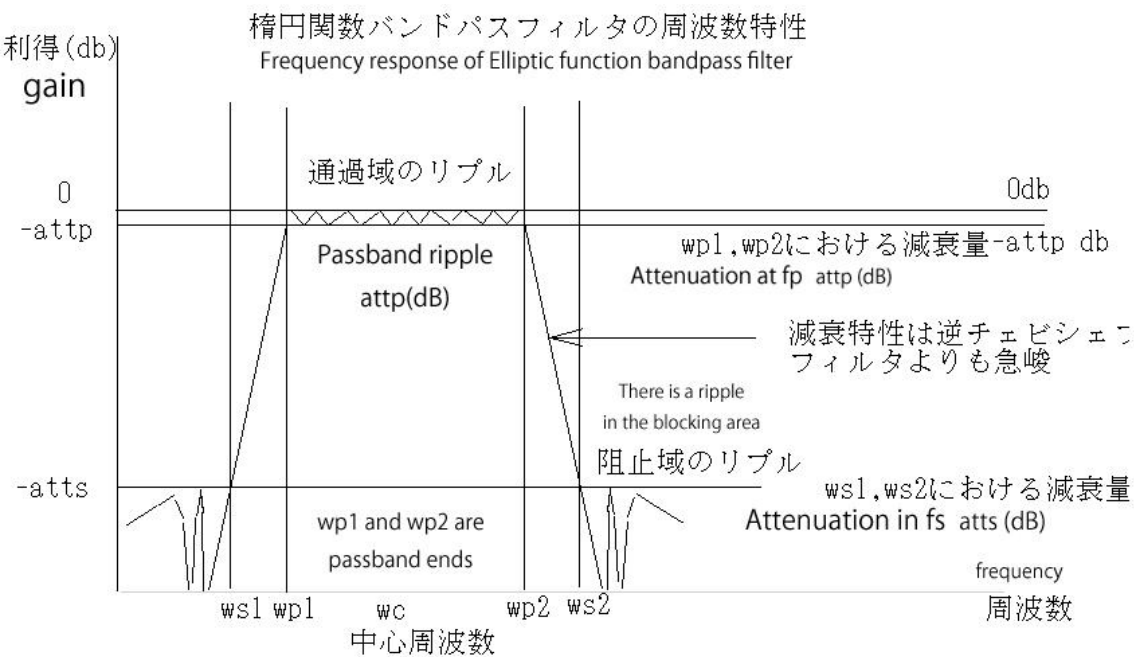


図 5 - 4 楕円関数バンドパスフィルタの周波数特性
Figure 5-4 Frequency response of elliptic function bandpass filter

5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する

中心周波数 $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$ 、通過域の上限、下限の周波数 ω_{p1}, ω_{p2} における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ のバンドパスフィルタの伝達関数は、 $\omega_c = 1$ において減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、 $\omega_s = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1})$ において減衰

量 $\text{atts}(\text{db})$ として設計したローパスフィルタの伝達関数において s の代わりに $\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s}$ を代

入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで得られます。ここに、バンドパスフィルタの Q を Q_{bp} としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ です。 attp は通過域の上限、下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合 $\text{attp} = 3.01$ 固定、チェビシェフフィルタの場合 attp はリップルの量を表します。

1 次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + 1} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (5-1)$$

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$

(1-31), (1-42) については、

$$\frac{\omega_d}{s + \omega_d} \rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \omega_d} = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_0^2} \quad (5-2)$$

$$\rightarrow \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2}$$

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$

(1-140) については、

$$\frac{1}{s + \sigma} \rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \sigma} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_0^2} \quad (5-3)$$

$$\rightarrow \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2}$$

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1/\sigma$

5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する

2次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-3 1), (1-3 2) 及び (1-4 2), (1-4 3) の一部について、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k) \frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + \omega_{ck}^2} \\
 &= \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{s^4 + \frac{B_w \omega_{ck}}{Q_k} s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 \omega_{ck}^2) s^2 + \frac{B_w \omega_c^2 \omega_{ck}}{Q_k} s + \omega_c^4} \\
 &= \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
 \end{aligned} \tag{5-4}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \tag{5-5}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-6}$$

(1-7), (1-8), (1-3 1) および (1-3 2) を変換した (5-4) は中心周波数 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ と $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ の2つの1次のバンドパスフィルタを縦続接続することによって表わしています。中心周波数 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 は互いに等しく、

$$A_2^2 = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 \omega_{ra} \omega_{rb}}{K \omega_{ra} M \omega_{rb}} = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2}{KM} \tag{5-7}$$

$$\therefore A_2 = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$$

となります。

従って、(5-4) をつぎの様に書き換えて、 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 を計算し、(5-7) を適用して各1次のバンドパスフィルタの伝達関数を決定します。

$$\frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \frac{G_1 s}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{G_2 s}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$
(5-8)

$$\frac{G_1 \omega_{ra}}{K \omega_{ra}} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_1 = B_w \omega_{ck} \sqrt{K/M} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} K$$

$$\frac{G_2 \omega_{rb}}{M \omega_{rb}} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_2 = B_w \omega_{ck} \sqrt{M/K} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} M$$
(5-9)

従って、(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換したバンドパスフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

$$\frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ks}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ms}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$
(5-10)

(5-10) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k}$$
(5-5)

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$
(5-6)

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$
(5-11)

各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra}, ω_{rb} におけるゲインは、

$$A_2 = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$$
(5-7)

となります。

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42), (1-43) の一部については、

$$\begin{aligned}
 r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 (s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + 1 = \frac{r_k^2 s^4 + (B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2) s^2 + r_k^2 \omega_c^4}{B_w^2 s^2} \\
 &= \frac{r_k^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2}
 \end{aligned} \tag{5-12}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\
 n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-13}$$

従って、(1-42), (1-43) については (5-4) と (5-12) から、

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \tag{5-14}$$

(5-6), (5-13) において、 $N > L > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(5-14) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\
 &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)^2}{KLMN} \omega_c^2 \\
 \therefore A_2 &= \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}} r_k \omega_{ck} \omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c
 \end{aligned} \tag{5-15}$$

(5-14) のローパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$ と考えると、 $\omega = \omega_{ra}$

におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

$$\begin{aligned}
 \frac{G_1(N-L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} &= A_2 = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c \\
 \therefore G_1 &= r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N}
 \end{aligned} \tag{5-16}$$

同様に、(5-14) のハイパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ と考えると、

$\omega = \omega_{rb}$ におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

$$G_2 = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-17)$$

従って、(5-14) は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2) (s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2) (s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N} (s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} (s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-18)$$

(5-18) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-6)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-13)$$

(5-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-19)$$

となります。

次に、楕円関数ローパスフィルタの(1-140), (1-142)の一部については、

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{s^2 + p_v s + q_v} &\rightarrow \frac{1}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s}\right)^2 + p_v \frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + q_v} \\
 &= \frac{B_w^2 s^2}{s^4 + B_w p_v s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 q_v) s^2 + B_w p_v \omega_c^2 s + \omega_c^4} \\
 &= \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
 \end{aligned} \tag{5-20}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \tag{5-21}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w} + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

また、(1-1 4 0), (1-1 4 2) の他の一部については、

$$\begin{aligned}
 s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 \dots (\ominus \omega_p = 1) \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + x_v^2 \\
 &= \frac{s^4 + (B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2) s^2 + \omega_c^4}{B_w^2 s^2} = \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2}
 \end{aligned} \tag{5-23}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-24}$$

(5-20) および (5-23) により、

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \tag{5-25}$$

(5-22), (5-24) において、 $N > L > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(5-25) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{(N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} \\
 &= \frac{(N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{(N-L)^2}{KLMN}\omega_c^2 \\
 \therefore A_2 &= \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}}\omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}}\omega_c
 \end{aligned} \tag{5-26}$$

(5-25) のローパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$ と考えると、 $\omega = \omega_{ra}$

におけるゲインを計算して、(5-26) を適用すると、

$$\begin{aligned}
 \frac{G_1(N-L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} &= A_2 = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}}\omega_c \\
 \therefore G_1 &= \sqrt{L/N}
 \end{aligned} \tag{5-27}$$

同様に、(5-25) のハイパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ と考えると、

$\omega = \omega_{rb}$ におけるゲインを計算して、(5-26) を適用すると、

$$G_2 = \sqrt{N/L} \tag{5-28}$$

従って、(5-25) は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned}
 \frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} &\rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\
 &= \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
 \end{aligned} \tag{5-29}$$

(5-29) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \tag{5-21}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} q_v B_w + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

$$n_1 = B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \quad (5-24)$$

(5-29) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{N/L} \quad (5-30)$$

となります。

5-3 バターワースバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2)-1$ として、(5-1)、(5-10) を適用して、
 バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31)、(5-32) において

$$\begin{aligned} p_k &= \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \\ q_k &= \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \end{aligned} \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

となります。

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計

5-3までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w によってバターワースバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

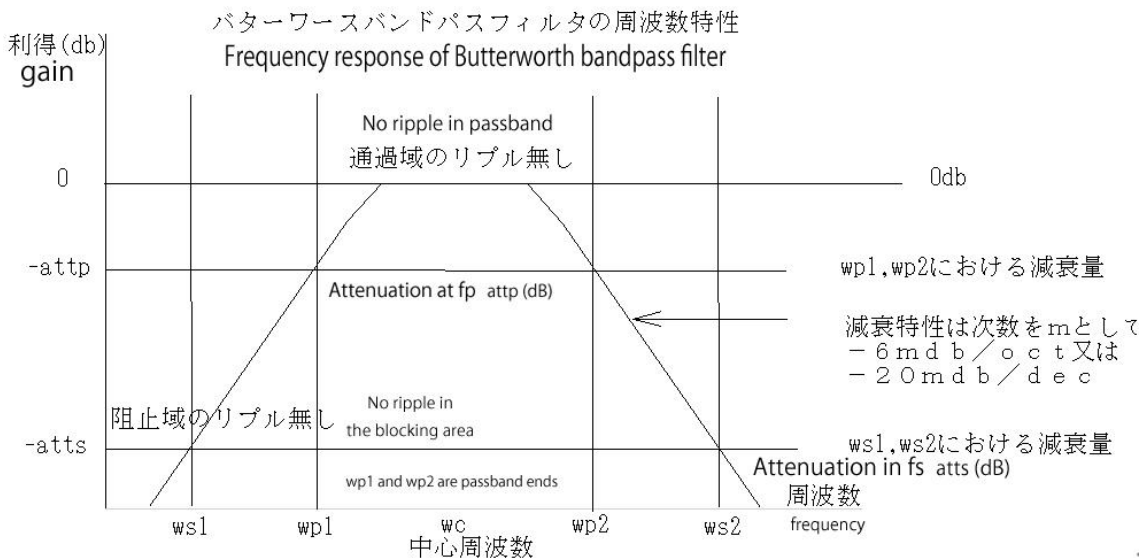


図5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-1 Frequency response of Butterworth bandpass filter

図5-1における、 $(wp2-wp1), ws1, ws2, wc, attp, atts$ を与えられて、フィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2, attp=3$ とします。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}\right)} \quad (5-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m と ω_c を(5-32)から(5-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計

5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2)、(5-10)を適用して、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39)、(5-40)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

5-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-5 までで、フィルタの次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 及び通過域のリプル $attp(\text{db})$ によってチェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

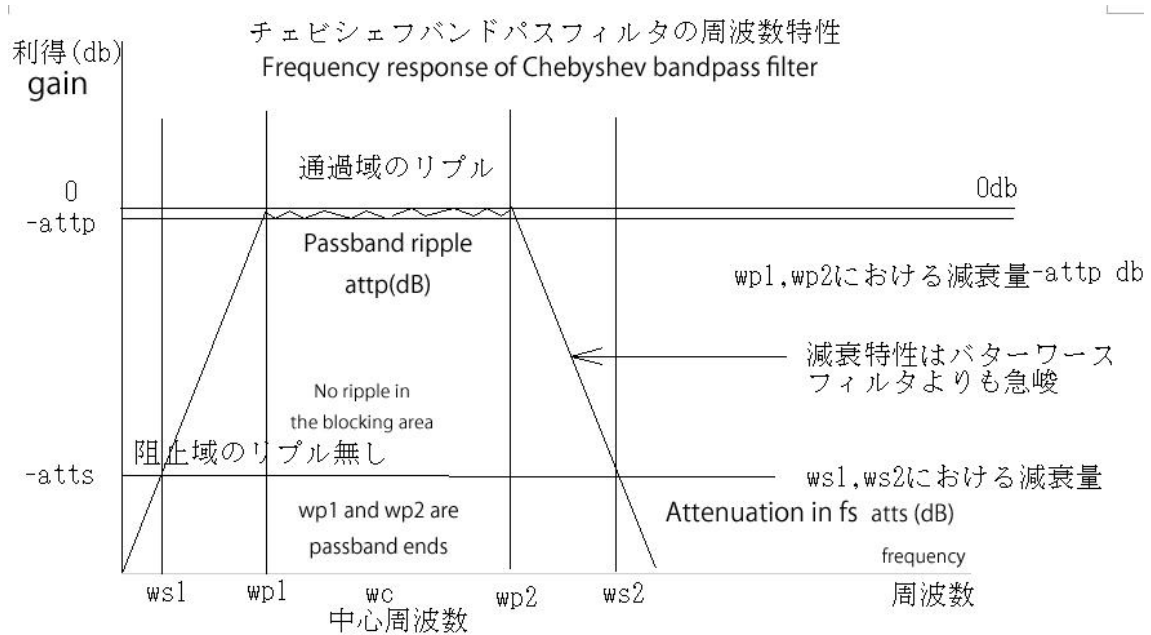


図 5-2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-2 Frequency response of Chebyshev bandpass filter

図 5-2 における、 $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_c, attp, atts$ を与えられて、チェビシェフバンドパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。
ここに、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1} \omega_{p2} = \omega_{s1} \omega_{s2} = \omega_c^2 \text{ とします。}$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を (5-39) から (5-44) に適用すると最終的な設計が完了します。

5-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2)、(5-18)を適用して、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-46)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-47)$$

(5-46)、(5-47)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

(5-46), (5-47) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-52)$$

となります。

(5-46) の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

逆チェビシェフバンドパスフィルタ設計における注意

1。次ページの図5-3における、wp1,wp2,ws1,ws2,attp,attsに基づき、次数mを式(5-54)によって決定します。

2。(5-46) から (5-51) を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

5-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-7までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(\text{db})$ によって逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

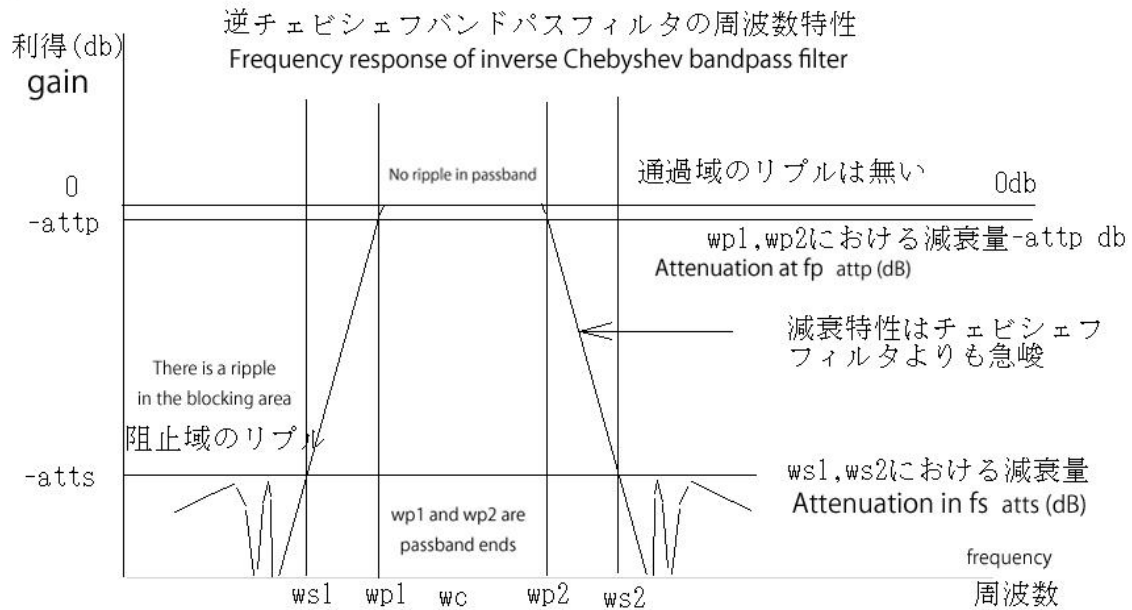


図5-3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-3 Frequency response of inverse Chebyshev bandpass filter

上図において、計算式における中心周波数 ω_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 $ws1$ 、 $wp1$ はこれまで中心周波数 ω_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (5-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-54)$$

従って、フィルタの次数 m は(5-54)の d を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を(5-46)から(5-52)に適用すると最終的な設計が完了します。

5-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-9 楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数バンドパスフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 通過帯域幅 B_w , 通過域のリプル $att_p(\text{dB})$, 周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $atts(\text{dB})$ を確保する場合、

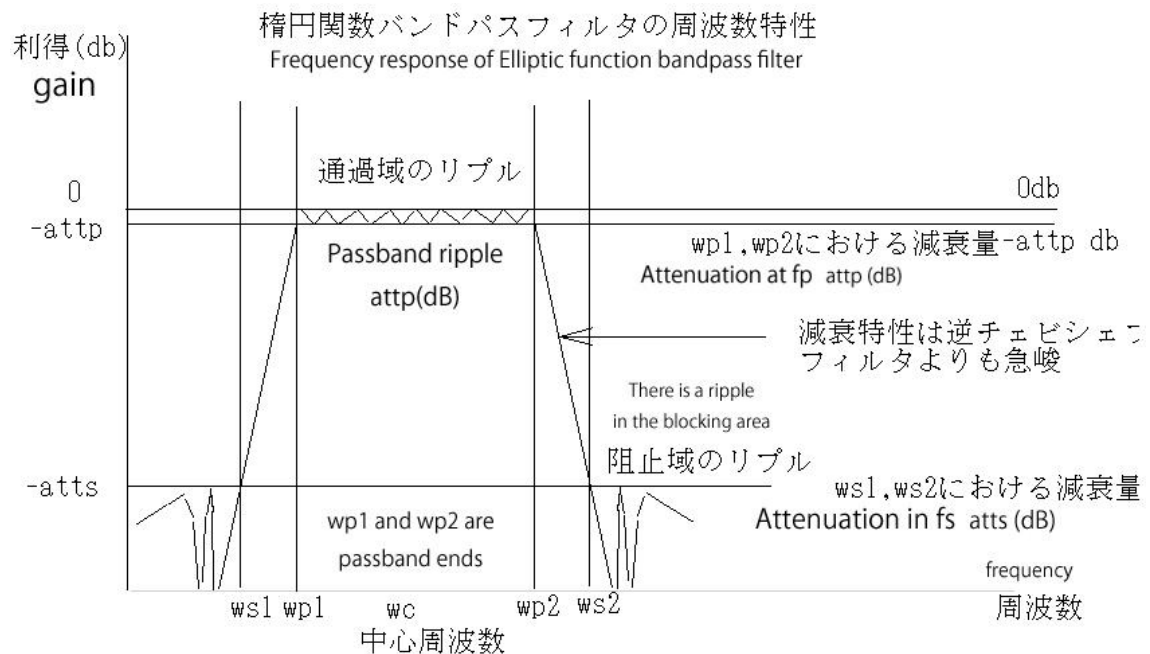


図 5-4 楕円関数バンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-4 Frequency response of elliptic function bandpass filter

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

mが奇数の時

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(5-3), (5-29) を適用して、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

(5-55)

$$G = \sqrt{N/L} / {}^{(m-1)}\sqrt{C_H \sigma}$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2]$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-56)$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H}$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \quad (5-21)$$

$$l_1 = B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \quad (5-22)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w} + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \quad (5-24)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \sigma \dots\dots m = even$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \dots\dots m = odd \quad (5-57)$$

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

5-10 総体的なバンドパスフィルタの設計の手順

1. 通過帯域の下限周波数 ω_{p1} を入力
 2. 通過帯域の上限周波数 ω_{p2} を入力
 3. 通過帯域の上限・下限周波数における減衰量 $att_p(\text{db})$ を入力
(バターワースでは、 $att_p = 3.01$ とします)
 4. 最低減衰量を指定する周波数 ω_s について、比率 $x_s (= \omega_s/\omega_{p2})$ を入力
 5. 最低減衰量 $atts(\text{db})$ を入力
 6. 中心周波数を計算する。 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
 7. 最低減衰量を達成する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} を計算する。 $\omega_{s1}=\omega_{p1}/x_s, \omega_{s2}=x_s*\omega_{p2}$
 8. 通過帯域幅 $B\omega$ を計算する。 $B\omega=(\omega_{p2}-\omega_{p1})$
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

アナログフィルタの設計と合成

第6章 バンドパスフィルタの合成

6-1 バンドパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

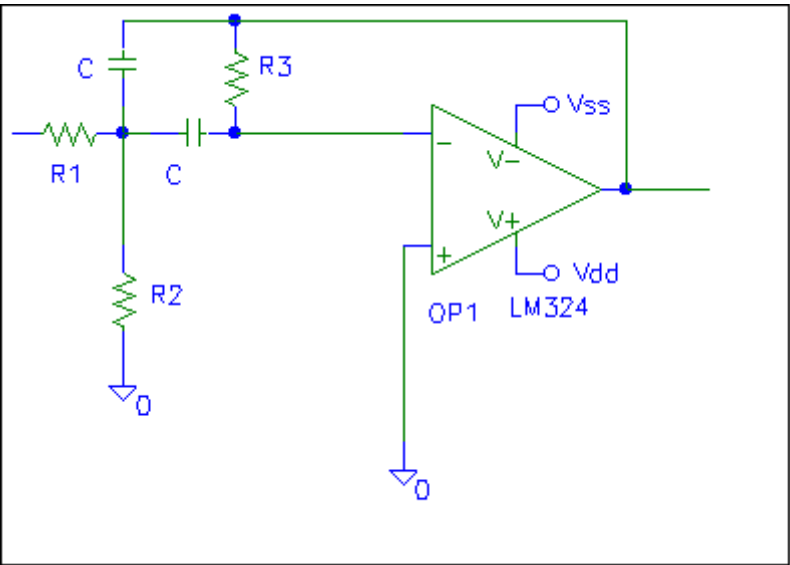


図6-1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 1 b p a t 1 _ 1 . c i r

b p a t 1 _ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3C^2}} \quad (6-1)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

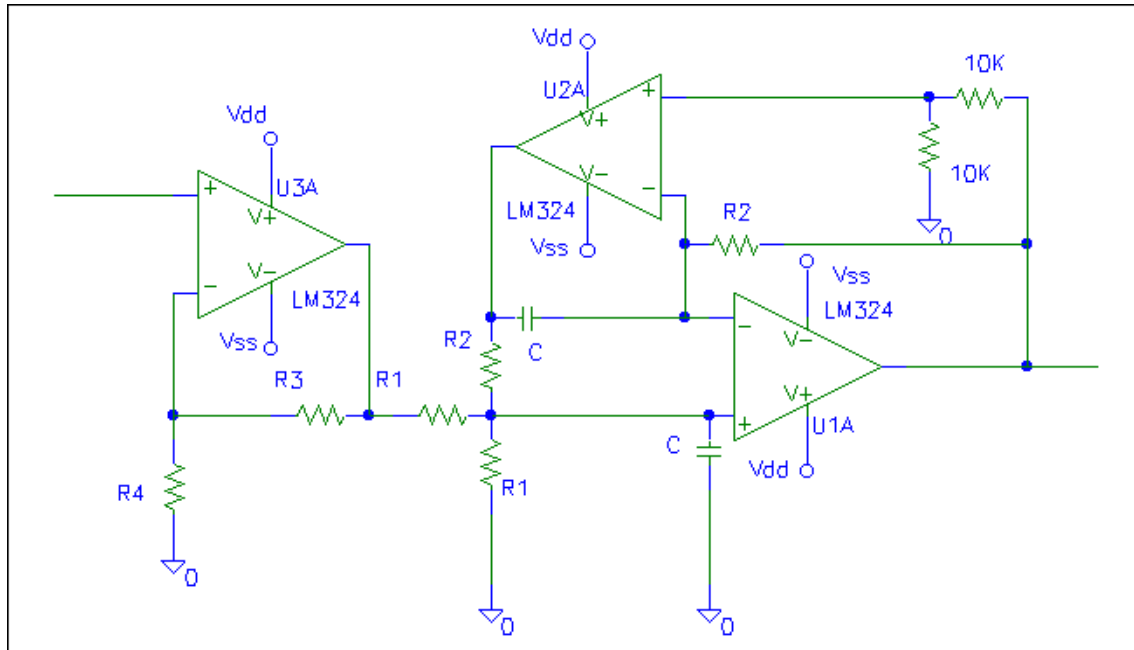


図6-2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 b p a t 2__1. c i r

b p a t 1__2. c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1}s}{s^2 + \frac{2}{CR_1}s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

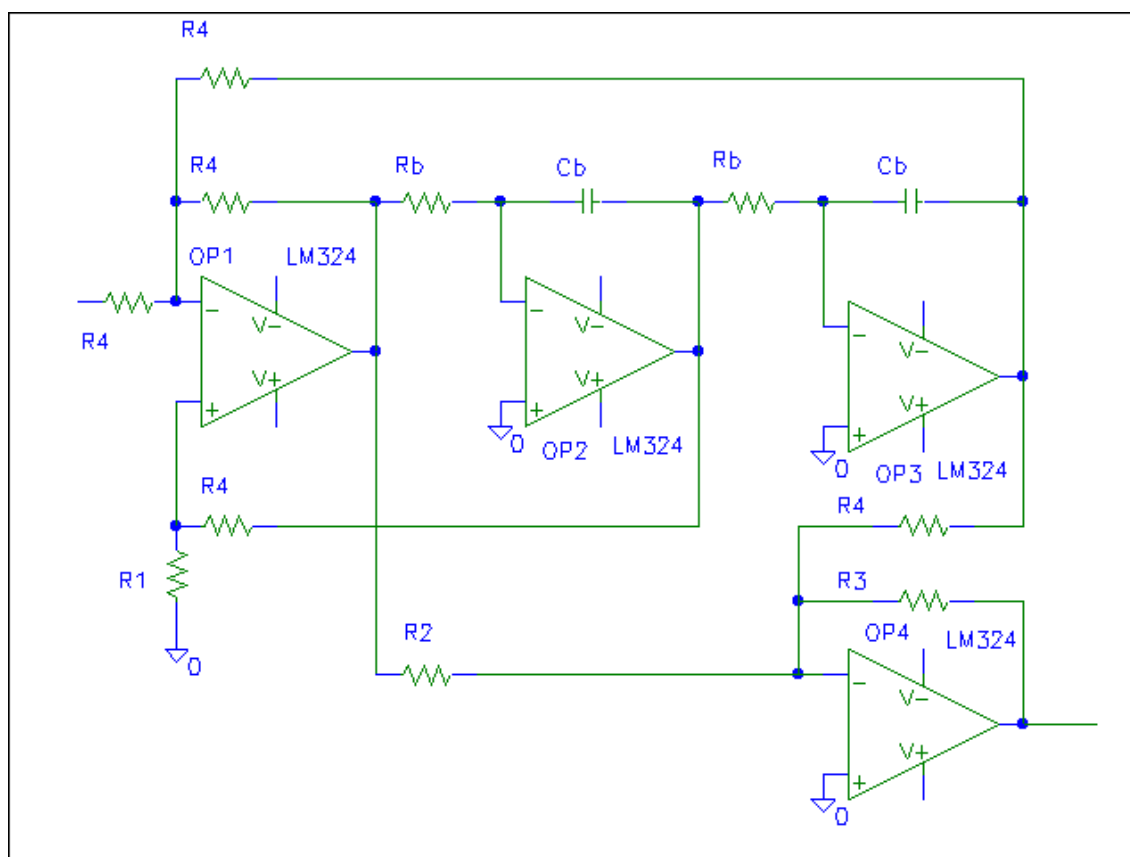
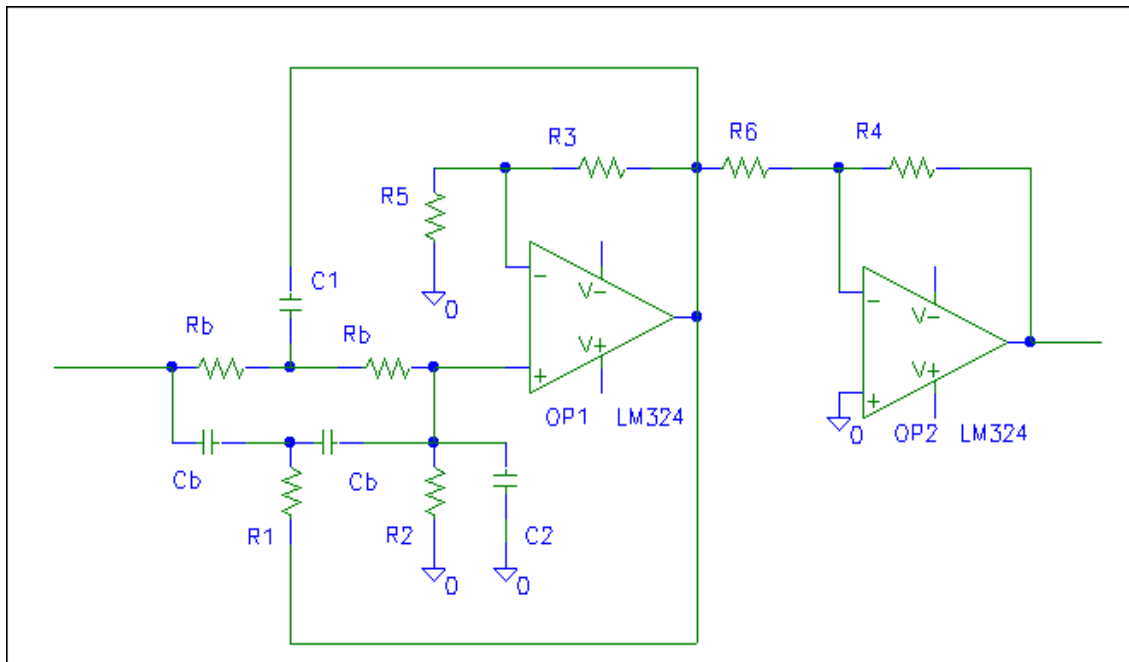


図6－3 2次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2－5と同じ)

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (6-3)$$



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図6-4 1次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図2-6と同じ)

lpet2_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (6-4)$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

バンドパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用

バターワースバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31), (5-32) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

となります。

1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用する時

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1 \\ B_w &= \omega_c / Q_{bp} = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-5)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}^2 - 1}, \quad C = \frac{Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad \text{ただし、} Q_{bp} > \sqrt{2}/2 \quad (6-7)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= G \quad \therefore R_3 = 2GR_1 \\ K &= \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-9)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2 Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-10)$$

$$\text{ただし、} \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K$$

2 番目の回路については、同様に

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2 Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-11)$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用

$$\text{ただし、}\omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M$$

b p a t 2__1 . c i r を使用するとき

$$Q_{bp} = \omega_c / B_w \text{ とすると、}$$

1 次の回路部分

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{R_1\omega_c} \quad (6-12)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{R_1}{2Q_{bp}} = \frac{Z}{2Q_{bp}}$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}}, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-13)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G-1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6-14)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}} Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-15)$$

2 番目の回路については、同様に

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}} Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-16)$$

6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、
 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_c s}{s^2 + B_w \omega_c s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39), (5-40) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \quad (5-43)$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k} B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

b p a t 1 _ 1 . c i rを使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1 \\ B_w \omega_d &= \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-17)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \omega_d Z} \quad (6-18)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= G \quad \therefore R_3 = 2GR_1 \\ K &= \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-19)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2 Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-20)$$

ただし、 $\omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K$

2 番目の回路については、同様に

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2 Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-21)$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

ただし、 $\omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M$

b p a t 2 _ 1 . c i r を使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \omega_d = \frac{\omega_c \omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \omega_d Z} \quad (6-22)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-23)$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G-1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6-24)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}} Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-25)$$

2 番目の回路については、同様に

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}} Z, \quad R_3 = (G-1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \text{ ただし、} G > 1 \quad (6-26)$$

6-2-c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-46)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-47)$$

(5-46)、(5-47) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-50)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-51)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

(5-46) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、
(5-47) のカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-52)$$

となります。

(5-46) の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

奇数次数の逆チェビシェフバンドパスフィルタは、BP2+et1(et2) の構成になる

1 次の回路部分

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用するとき

$$Q_{bp} = \omega_c / B_w \text{ とすると、}$$

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1 \\ B_w \omega_d &= \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-27)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w\omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w\omega_d Z} \quad (6-28)$$

$$\text{ただし、} \omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w\omega_d$$

1 次の回路部分

b p a t 2__1 . c i rを使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{R_3 + R_4}{R_4} &= 1 \quad \therefore R_3 = 0 \\ R_1 &= Z \\ B_w\omega_d &= \frac{\omega_c\omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c\omega_d Z} \\ \omega_c^2 &= \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z \end{aligned} \quad (6-29)$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分

l p e t 1__2 . c i rを使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-33)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$ とすると、

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{K}{3\omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \\ R_3 &= GR_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}, \quad R_b = Z \end{aligned} \quad (6-35)$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \\ R_3 &= \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}, \quad R_b = Z \end{aligned} \quad (6-40)$$

2 次の回路部分

1 p e t 2 _ 2 . c i r を使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{1 + kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、

$$kd = \frac{N}{L}(1+kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 kd を (6-45) を満足する値に設定します。

このとき、(6-44) より、

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

$$(6-46) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$ を満足する kd に対して、

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53) より、

$$kr = \frac{N}{L}(1+kd)-1 > \frac{N}{L}-1 > 0 \dots \dots \Theta \quad kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-54)$$

まず、 kr を (6-54) を満足する値に設定します。

このとき、(6-53) より、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr)-1 \quad (6-55)$$

(6-52) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

(6-55) を代入して、 $kk > 1$ より、 $kr > \frac{(N-L)\omega_{zb}+K}{(N+L)\omega_{zb}-K}$

(6-50) より、

$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk - 1)R_5, R_4 = \frac{(1 + kd)G}{kk} R_6 \quad (6 - 58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L} - 1\right), \frac{(N - L)\omega_{zb} + K}{(N + L)\omega_{zb} - K}\right]$ を満足する kr に対して、

$$kd = \frac{L}{N}(1 + kr) - 1 \quad (6 - 55)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1 + kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6 - 56)$$

6-2-d 楕円関数バンドパスフィルタへの適用

楕円関数バンドパスフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 通過帯域幅 B_w , 通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$, 周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

m が奇数の時

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(5-3), (5-29) を適用して、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N \omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L \omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2 / N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2 / L)} \quad (5-55)$$

$$= \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m-1]{C_H \sigma}$$

ただし、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$
(5-56)

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H}$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L}$$
(5-21)

$$l_1 = B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$
(5-22)

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w + B_w^2 q_v}}{4\omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2}$$
(5-24)

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \sigma \dots\dots m = even$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \dots\dots\dots m = odd$$
(5-57)

となり、(5-55)の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

奇数次数の楕円関数バンドパスフィルタは、BP2+et1(et2)の構成になる

1次の回路部分

b p a t 1 _ 1 . c i rを使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{2R_1} &= 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1 \\ B_w \sigma &= \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \sigma R_1} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2} \end{aligned} \quad (6-27)$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \sigma}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \sigma Z} \quad (6-28)$$

$$\text{ただし、} \omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \sigma$$

1次の回路部分

b p a t 2 _ 1 . c i rを使用するとき

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \sigma = \frac{\omega_c \sigma}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \sigma Z} \quad (6-29)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\sigma}{2Q_{bp}} Z$$

$$\text{従って、} R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\sigma}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分

l p e t 1 _ 2 . c i rを使用する場合

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-33)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$ とすると、

$$R_1 = \frac{K}{3\omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \quad (6-35)$$

$$R_3 = GR_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}, \quad R_b = Z$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \\ R_3 &= \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}, \quad R_b = Z \end{aligned} \quad (6-40)$$

2次の回路部分

1 p e t 2__2. c i r を使用する場合

1番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、

$$kd = \frac{N}{L} (1+kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 kd を (6-45) を満足する値に設定します。

このとき、(6-44) より、

$$kr = \frac{L}{N} (1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

$$(6-46) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk - 1)R_5, R_4 = \frac{(1 + kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{L}{N} - 1\right), \frac{(N - L)\omega_{za} + KL}{(N + L)\omega_{za} - KL}\right]$ を満足する kd に対して、

$$kr = \frac{L}{N}(1 + kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{K(1 + kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

$$G = \frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b(1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{1 + kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2(1 + kd)} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53) より、

$$kr = \frac{N}{L}(1 + kd) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \Theta \quad kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 0 \quad (6-54)$$

まず、 kr を (6-54) を満足する値に設定します。

このとき、(6-53) より、

$$kd = \frac{L}{N}(1 + kr) - 1 \quad (6-55)$$

(6-52) より、

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1 + kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

(6-55) を代入して、 $kk > 1$ より、 $kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$

(6-50) より、

$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$ を満足する kr に対して、

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

アナログフィルタの設計と合成

第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計

7-1 バンドエリミネーションフィルタ（BEフィルタ）の種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースBEフィルタ
- b. チェビシェフBEフィルタ
- c. 逆チェビシェフBEフィルタ
- d. 楕円関数BEフィルタ

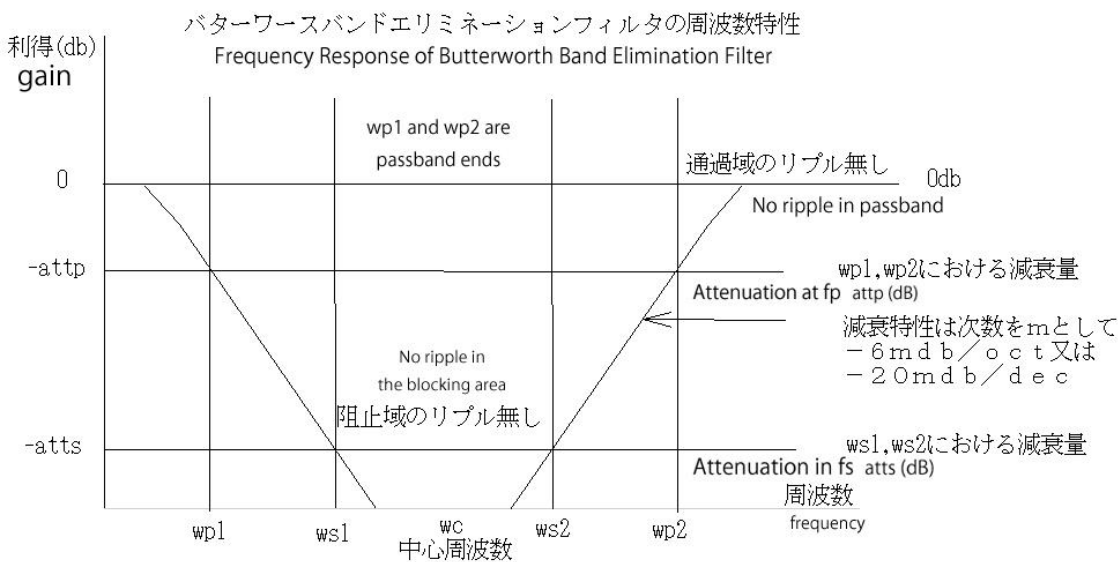


図 7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性
Figure 7-1 Frequency Response of Butterworth BE Filter

アクティブフィルタの設計と合成
第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計

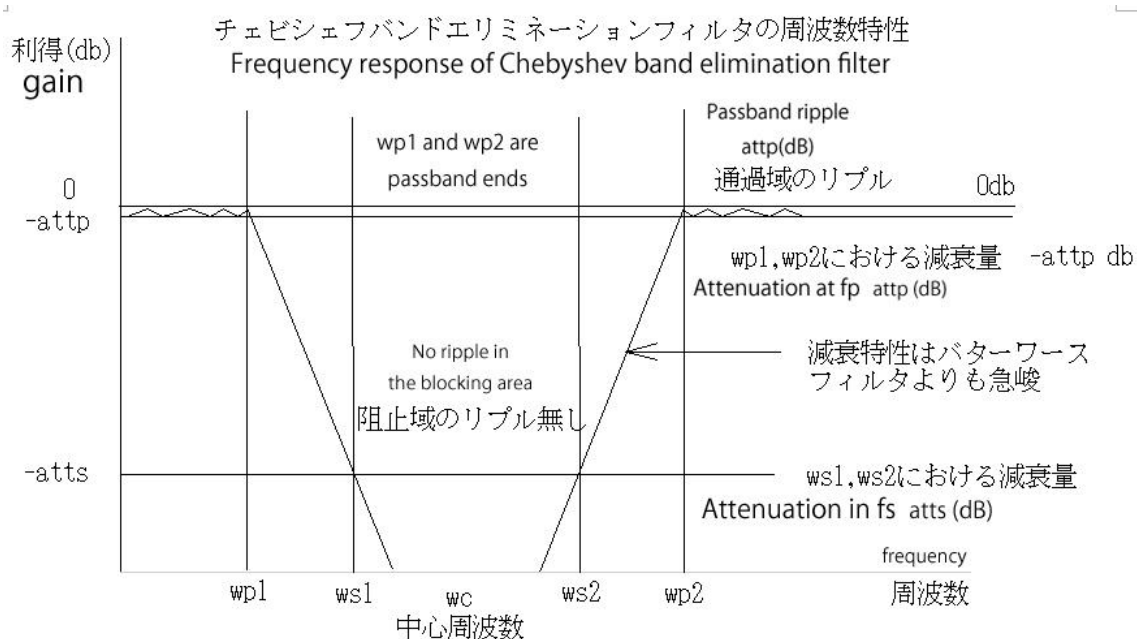


図7-2 チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-2 Frequency response of Chebyshev BE filter

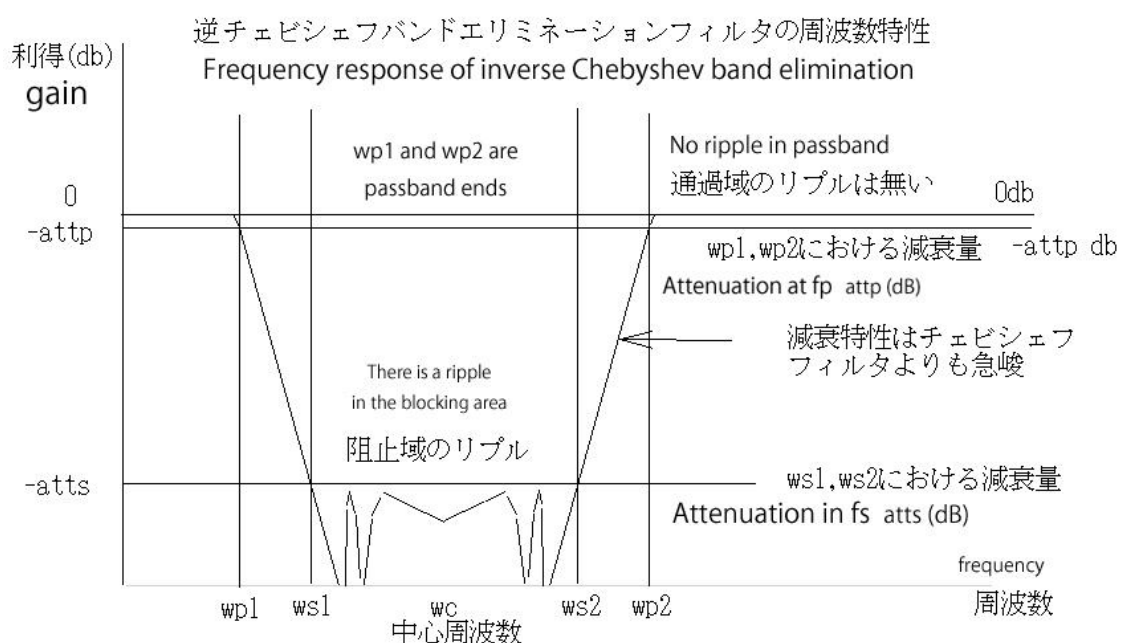


図7-3 逆チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-3 Frequency response of the inverse Chebyshev BE filter

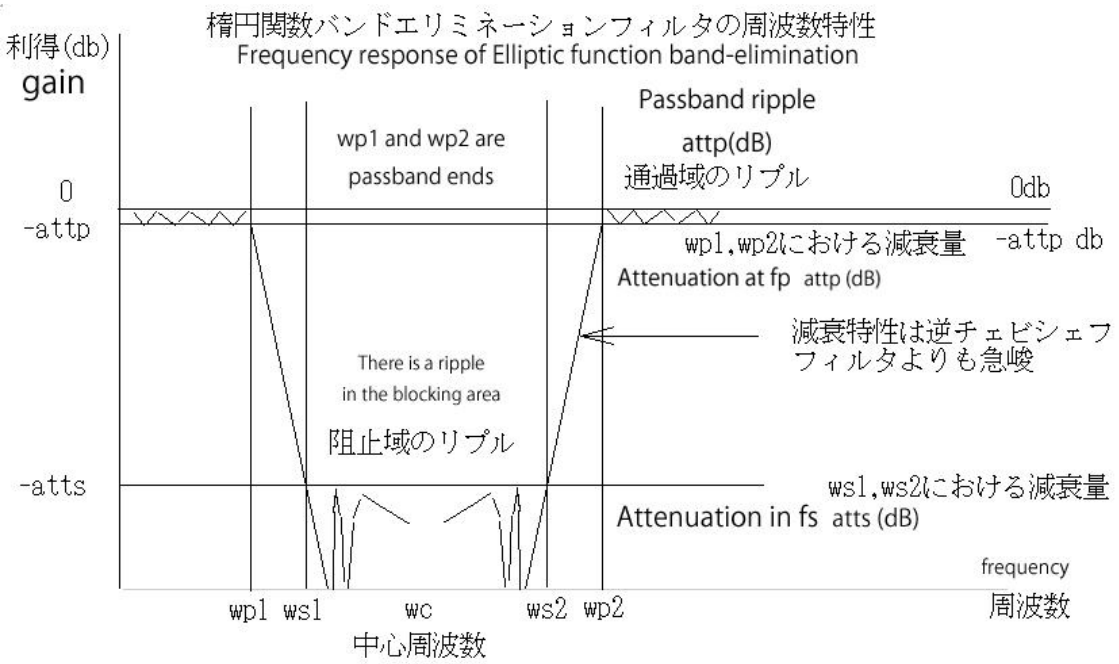


図 7 - 4 楕円関数 B E フィルタの周波数特性
Figure 7-4 Frequency response of an elliptic function BE filter

7-2 ローパスフィルタをBEフィルタに変換する

中心周波数 $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$ 、低周波側の通過域の上限 ω_{p1} 、及び高周波側の通過域の下限の周波数 ω_{p2} における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} における最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ のBEフィルタの伝達関数は、 $\omega_c = 1$ において減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、

$\omega_s = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1})$ において減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ として設計したローパスフィルタの

伝達関数において s の代わりに $\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2}$ を代入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで

得られます。ここに、BEフィルタのQを Q_{be} としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ です。 attp

は通過域の上限、下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合 $\text{attp}=3.01$ 固定、チェビシェフフィルタの場合 attp はリップルの量を表します。

1次の回路の変換

(1-7) については、

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} + 1} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (7-1)$$

$s = 0, s = \infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$

(1-31), (1-42) については、

$$\begin{aligned} \frac{\omega_d}{s + \omega_d} &\rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2} + \omega_d} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-2)$$

$s = 0, s = \infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$

(1-140) については、

$$\begin{aligned} \frac{1}{s+\sigma} &\rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2+\omega_0^2}+\sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{s^2+\omega_0^2}{s^2+\frac{B_w}{\sigma}s+\omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{1}{\sigma} \frac{s^2+\omega_c^2}{s^2+\frac{B_w}{\sigma}s+\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-3)$$

$s=0, s=\infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1=1/\sigma$

2次の回路の変換

(1-7), (1-8), (1-3 1), (1-3 2) 及び (1-4 2), (1-4 3) の一部について、

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2+(\omega_{ck}/Q_k)s+\omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{B_w s}{s^2+\omega_c^2}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k) \frac{B_w s}{s^2+\omega_c^2} s + \omega_{ck}^2} \\ &= \frac{s^4+2\omega_c^2 s^2+\omega_c^4}{s^4+\frac{B_w}{Q_k \omega_{ck}} s^3 + \frac{B_w^2+2\omega_c^2 \omega_{ck}^2}{\omega_{ck}^2} s^2 + \frac{B_w \omega_c^2}{Q_k \omega_{ck}} s + \omega_{ck}^4} \\ &= \frac{s^2+\omega_c^2}{s^2+Ks+L\omega_c^2} \frac{s^2+\omega_c^2}{s^2+Ms+\omega_c^2/L} = \frac{s^2+\omega_c^2}{s^2+Ks+\omega_{ra}^2} \frac{s^2+\omega_c^2}{s^2+Ms+\omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$K=LM, \quad M=\frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

(1-7), (1-8), (1-3 1) および (1-3 2) を変換した (7-4) はカットオフ周波数 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ の2次のローパスフィルタを縦続接続することを表わしています。バンドパスフィルタにおける対称性と同様に、それぞれのカットオフ周波数 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 は互いに等しいので、(7-4) を (7-7) の様に変換して、 G_1, G_2 を求めます。

7-2 ローパスフィルタをBEフィルタに変換する

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{G_1(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{G_1(L-1)G_2\left(1-\frac{1}{L}\right)\omega_{ra}^2}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} = \frac{G_1G_2(L-1)^2\omega_c^2}{KLM} \\ &= \left(\frac{L-1}{K}\right)^2 \omega_c^2 \dots \dots \dots \Theta G_1G_2 = 1 \end{aligned} \quad (7-8)$$

一方、ハイパスフィルタの $s = \infty$ におけるゲインと、ローパスフィルタの $s = 0$ におけるゲインが等しいので、

$$\begin{aligned} G_1 &= LG_2 \\ G_1G_2 &= 1 \quad \therefore G_2 = 1/\sqrt{L}, G_1 = \sqrt{L} \end{aligned} \quad (7-9)$$

となります。

従って、(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換したBEフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{1}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-10)$$

(7-10) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$$

(7-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L} \quad (7-11)$$

となります。

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42), (1-43) の一部については、

$$\begin{aligned} r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + 1 = \frac{s^4 + (r_k^2 B_w^2 + 2\omega_c^2)s^2 + \omega_c^4}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \\ &= \frac{s^2 + N\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_c^2/N}{s^2 + \omega_c^2} = \frac{s^2 + \omega_{za}^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_{zb}^2}{s^2 + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-12)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-13)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}$$

従って、(1-42), (1-43) については (7-4) と (7-12) から、

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_{za}^2)(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (7-14)$$

(7-6), (7-13)において、 $L > N > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$

とすると、(7-14)はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{(L-N)\omega_c^2 \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\ &= \frac{(L-N)^2 \omega_c^2}{KLMN} = \frac{(L-N)^2}{K^2 N} \omega_c^2 \\ \therefore A_2 &= \frac{L-N}{K\sqrt{N}} \omega_c \end{aligned} \quad (7-15)$$

(7-14)を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の $s = \infty$ におけるゲインとローパスフィルタ部分の $s = 0$ におけるゲインが等しいことから、 G_1, G_2 を決定します。

7-2 ローパスフィルタをBEフィルタに変換する

$$\frac{\omega_{ck}^2(r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-16)$$

$$G_1 = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = 1 \quad \therefore G_1 = \sqrt{\frac{L}{N}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \quad (7-17)$$

従って、(7-14) は次のように書き換えられます。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2(r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-18)$$

(7-18) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-13)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L/N} \quad (7-19)$$

となります。

次に、楕円関数ローパスフィルタの $(1-140)$, $(1-142)$ の一部については、

$$\begin{aligned} \frac{1}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} &\rightarrow \frac{1}{\left(\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + p_\nu \frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} s + q_\nu} \\ &= \frac{1}{q_\nu} \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{s^4 + \frac{B_w p_\nu}{q_\nu} s^3 + \frac{B_w^2 + 2q_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s^2 + \frac{B_w p_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s + \omega_c^4} \end{aligned} \quad (7-20)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{q_\nu} \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{1}{q_\nu} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ K &= LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{(1+L)q_\nu} \end{aligned} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_\nu^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_\nu \omega_c^2 + 16q_\nu^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 - 2p_\nu^2 \omega_c^2 + 4q_\nu \omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_\nu \omega_c^2} \\ \omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \end{aligned} \quad (7-22)$$

また、 $(1-140)$, $(1-142)$ の他の一部については、

$$\begin{aligned} s^2 + (x_\nu \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_\nu^2 \dots (\ominus \omega_p = 1) \rightarrow \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + x_\nu^2 \\ &= \frac{x_\nu^2 \left(s^4 + \frac{B_w^2 + 2x_\nu^2 \omega_c^2}{x_\nu^2} s^2 + \omega_c^4 \right)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} = \frac{x_\nu^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \\ &= \frac{x_\nu^2 (s^2 + \omega_{za}^2)(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \end{aligned} \quad (7-23)$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1}B_w + n_2}{2x_v^2\omega_c^2} \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}
 \end{aligned} \tag{7-24}$$

(7-20) および (7-23) により、

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(s^2 + \omega_{za}^2)(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \tag{7-25}$$

(7-22), (7-24) において、 $L > N > 1$ が成立するので、

$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(7-25) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)\omega_c^2 \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\
 &= \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)^2}{KLMN} \omega_c^2 = \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)^2}{K^2 N} \omega_c^2 \\
 \therefore A_2 &= \frac{x_v(L-N)}{K\sqrt{q_v}N} \omega_c
 \end{aligned} \tag{7-26}$$

(7-25) を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の $s = \infty$ におけるゲインとローパスフィルタ部分の $s = 0$ におけるゲインが等しいことから、 G_1, G_2 を決定します。

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \tag{7-27}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 &= G_2 \frac{1/N}{1/L} = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = \frac{x_v^2}{q_v} \\
 \therefore G_1 &= \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}}
 \end{aligned} \tag{7-28}$$

従って、(7-25) は次のように書き換えられます。

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-29)$$

(7-29) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-29) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} \quad (7-30)$$

となります。

7-3 バターワースBEフィルタの伝達関数のまとめ

バターワースBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(7-1), (7-10) を適用して、

バターワースBEフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-32)$$

(7-31), (7-32) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L} \quad (7-36)$$

2次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、

$$A_2 = \sqrt{L} \quad (7-37)$$

となります。

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

7-3 バターワースBEフィルタの伝達関数のまとめ

7-4 与えられた仕様を満たすバターワースBEフィルタの設計

7-3までで、次数 m と中心周波数 ω_c ，阻止帯域幅 B_w によってバターワースBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

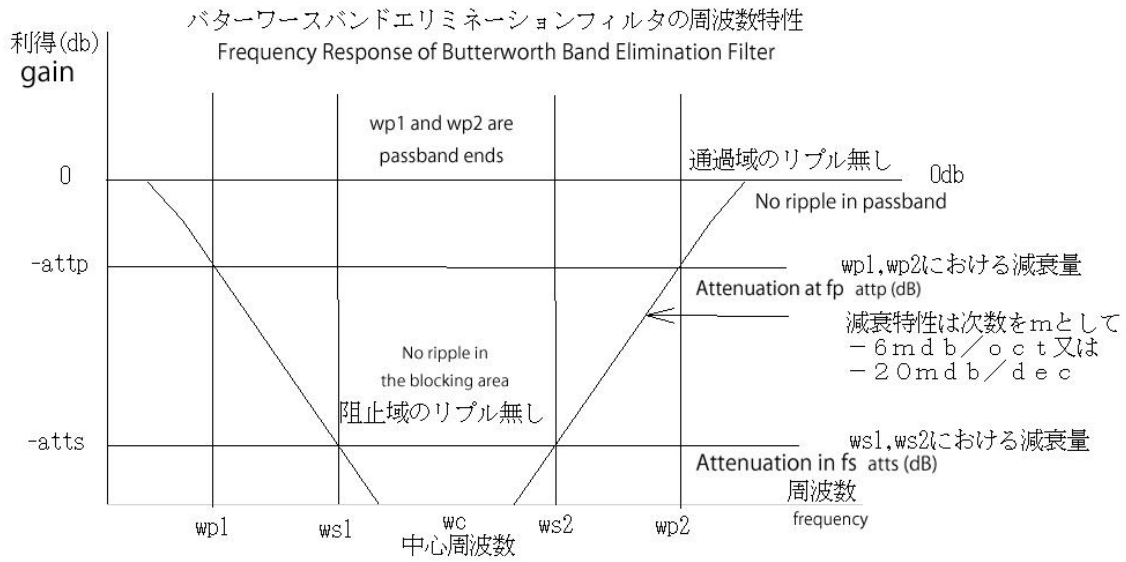


図7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性

Figure 7-1 Frequency Response of Butterworth BE Filter

図7-1における、 $(wp2-wp1), ws1, ws2, wc, attp, atts$ を与えられて、フィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2, attp=3$ とします。

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}}\right)} \quad (7-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m と ω_c を(7-32)から(7-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

7-4 与えられた仕様を満たすバターワースBEフィルタの設計

7-5 チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

チェビシェフBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-10)を適用して、 m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{L}}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39)、(7-40)において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \quad (7-43)$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

2次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

7-5 チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

1 次の部分の B E フィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフ B E フィルタの設計

7-5 までで、フィルタの次数 m と中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 及び通過域のリプル $attp(\text{db})$ によってチェビシェフ B E フィルタの設計が可能になりました。次は与えられた 2 組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

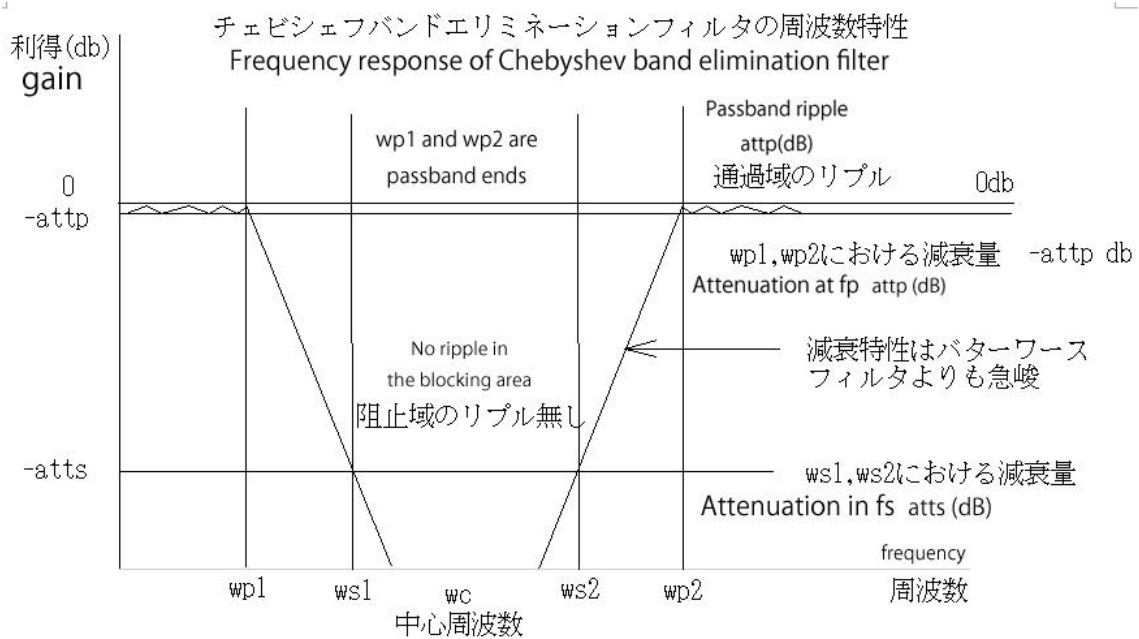


図 7-2 チェビシェフ B E フィルタの周波数特性

Figure 7-2 Frequency response of Chebyshev BE filter

図 7-2 における、 $wp1, wp2, ws1, ws2, wc, attp, atts$ を与えられて、チェビシェフ B E フィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

ここに、 $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ 、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ とします。

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{attp/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を (7-39) から (7-44) に適用すると最終的な設計が完了します。

7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフ B E フィルタの設計

7-7 逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

逆チェビシェフBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-18)を適用して、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-46)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-47)$$

(7-46)、(7-47)において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

7-7 逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-50)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-51)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-46)、(7-47) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_2 = \sqrt{L/N} \quad (7-52)$$

となります。

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

逆チェビシェフBEフィルタ設計における注意

1。次ページの図7-3における、wp1,wp2,ws1,ws2,attp,attsに基づき、次数mを式(7-54)によって決定します。

2。(7-46) から (7-51) を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$ 、 $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフBEフィルタの設計

7-7までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(\text{db})$ によって逆チェビシェフBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

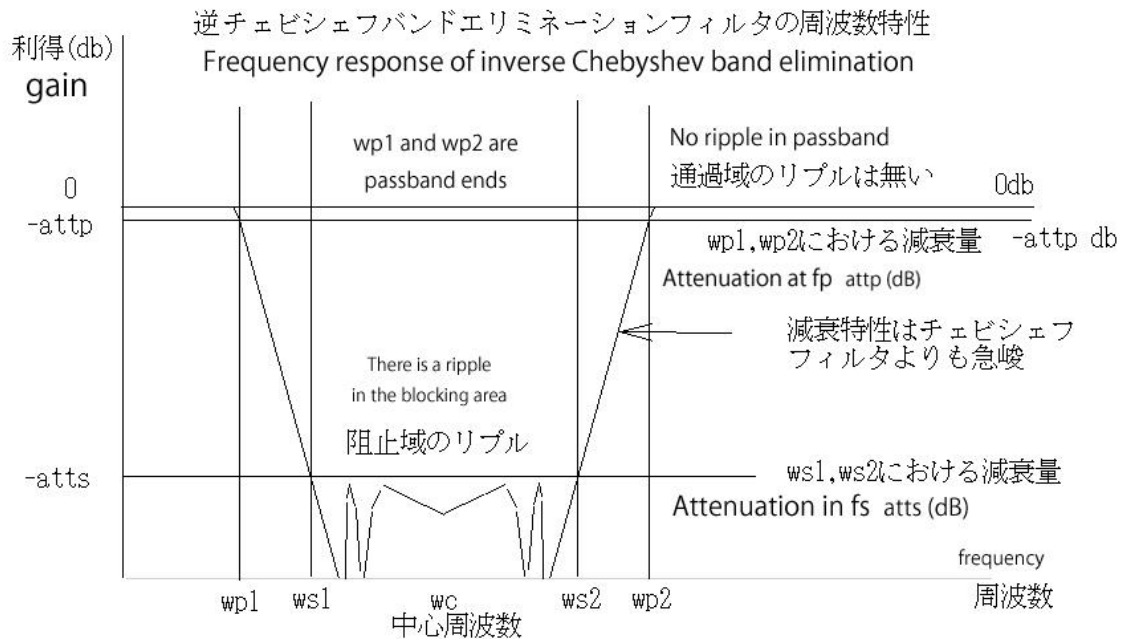


図7-3 逆チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-3 Frequency response of the inverse Chebyshev BE filter

上図において、計算式における中心周波数 ω_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 $ws1$ 、 $wp1$ はこれまで中心周波数 ω_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (7-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-54)$$

従って、フィルタの次数 m は(7-54)の d を切り上げて、

$$m = \text{ceil}(d) \quad (7-55)$$

次に、 m を(7-46)から(7-52)に適用すると最終的な設計が完了します。

7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフBEフィルタの設計

7-9 楕円関数BEフィルタの伝達関数のまとめ

楕円関数BEフィルタの次数 m （未知）、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

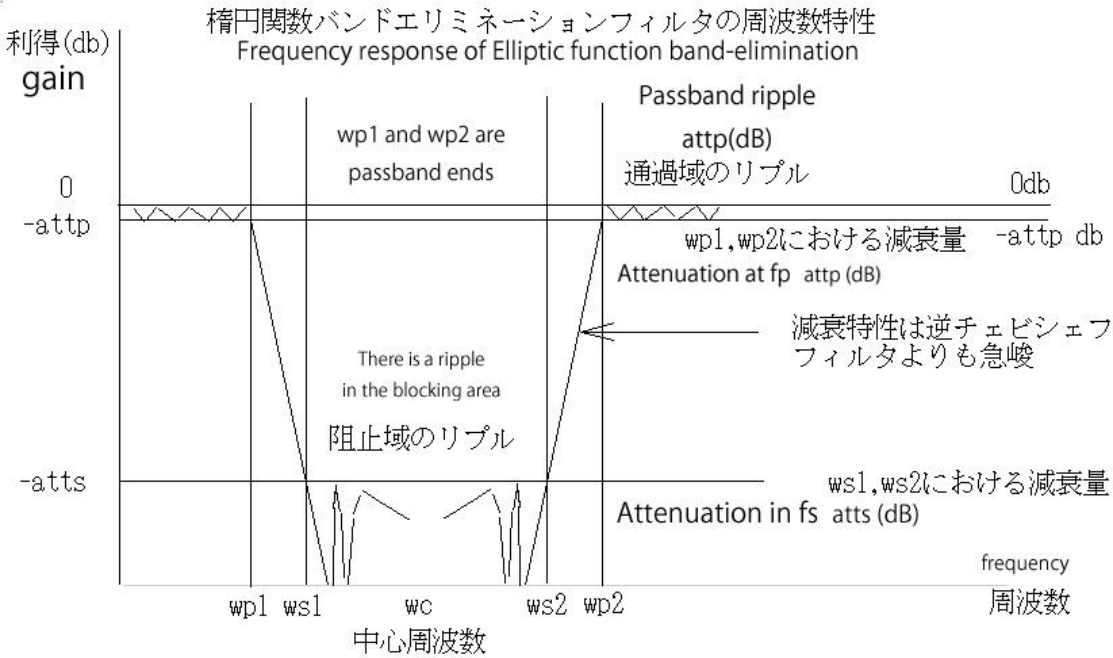


図 7-4 楕円関数BEフィルタの周波数特性
Figure 7-4 Frequency response of an elliptic function BE filter

$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$
 $x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$
 m が奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、(7-3), (7-29) を適用して、

m が奇数の時

$$\begin{aligned}
 H_m(\omega_p, s) &= \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\
 &= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}
 \end{aligned} \quad (7-55)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned}
 &\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\
 &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]
 \end{aligned}$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-56)$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-55)、(7-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$G = \frac{x_v}{(C_H \sigma)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots\dots\dots m = \text{even} \quad (7-57)$$

$$G = \frac{x_v}{(C_H)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots\dots\dots m = \text{odd}$$

1 次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

7-10 総体的なBEフィルタの設計の手順

1. 阻止帯域の下限周波数 ω_{p1} を入力
 2. 阻止帯域の上限周波数 ω_{p2} を入力
 3. 阻止帯域の上限・下限周波数における減衰量 $att_p(\text{db})$ を入力
(バターワースでは、 $att_p = 3.01$ とします)
 4. 最低減衰量を指定する周波数 ω_{s1} について、比率 $x_s (= \omega_{s1}/\omega_{p1})$ を入力
 5. 最低減衰量 $atts(\text{db})$ を入力
 6. 中心周波数を計算する。 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
 7. 最低減衰量を達成する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} を計算する。 $\omega_{s1} = \omega_{p1} \cdot x_s, \omega_{s2} = \omega_{p2}/x_s$
 8. 阻止帯域幅 B_w を計算する。 $B_w = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

逆チェビシェフBEフィルタ設計における注意

1. 図7-3における、 $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{s1}, \omega_{s2}, att_p, att_s$ に基づき、次数 m を式(7-54)によって決定します。
2. (7-46) から (7-51) を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

アナログフィルタの設計と合成

第8章 B Eフィルタの合成

8-1 B Eフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースB Eフィルタ
- b. チェビシェフB Eフィルタ
- c. 逆チェビシェフB Eフィルタ
- d. 楕円関数B Eフィルタ

1 次のB Eフィルタ基本回路

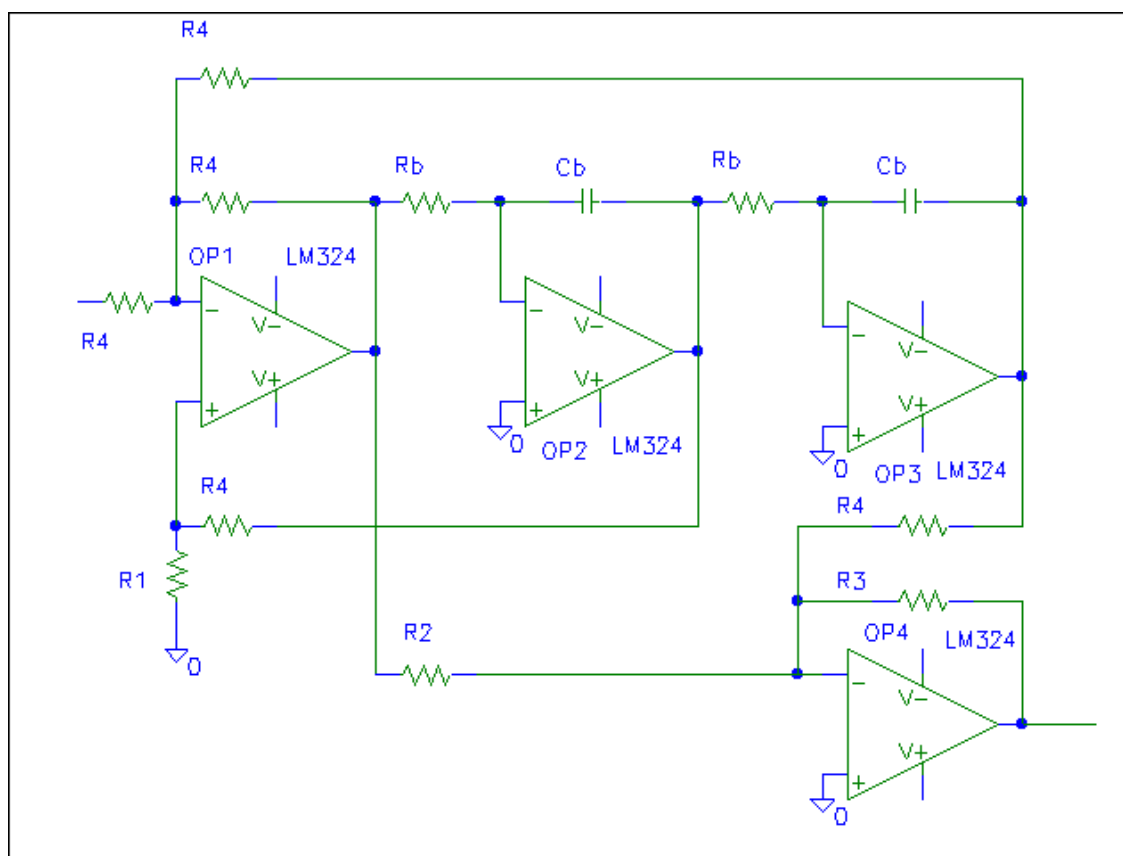
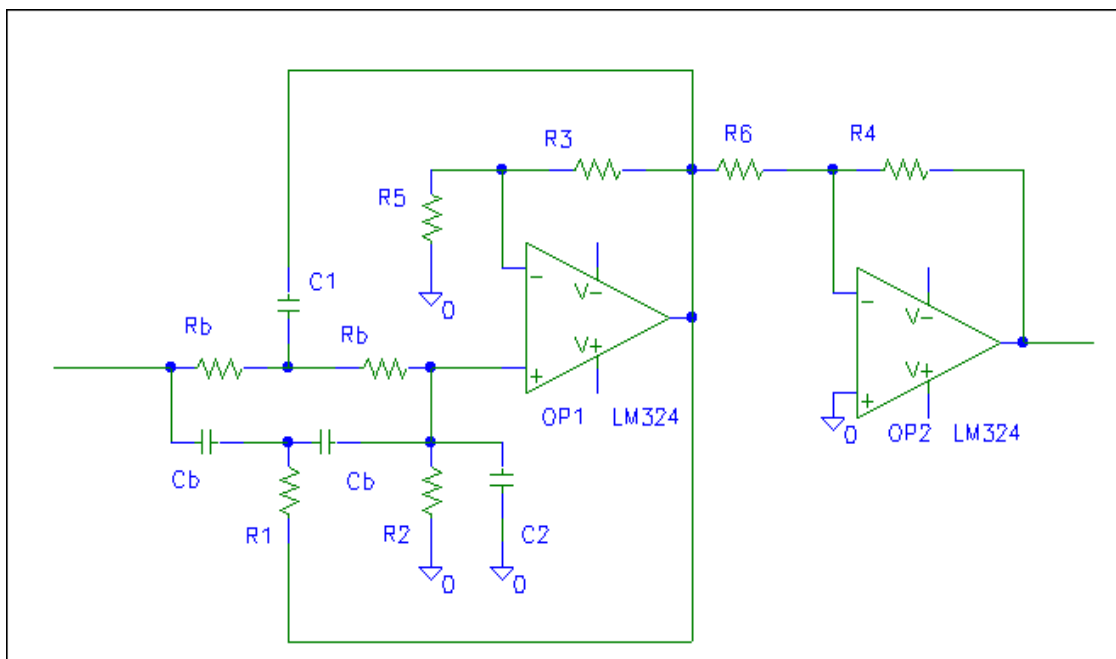


図8-1 1次のB Eフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2-5と同じ)

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (8-1)$$



$$R1=R_b/2, C1=2C_b, R2=2R_b/kr, C2=kdC_b/2, R3=(kk-1)R5$$

図8-2 1次のBEフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図2-6と同じ)

lpet2_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}} \quad (8-2)$$

8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

B Eフィルタの特性の種類

- a. バターワースB Eフィルタ
- b. チェビシェフB Eフィルタ
- c. 逆チェビシェフB Eフィルタ
- d. 楕円関数B Eフィルタ

8-2-a バターワースB Eフィルタへの適用

バターワースB Eフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースB Eフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L}} \quad (7-31)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L}} \quad (7-32)$$

(7-31), (7-32) において

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

8-2-a バターワースB Eフィルタへの適用

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

2次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、

$$A_2 = \sqrt{L} \quad (7-37)$$

となります。

1次の部分のB Eフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

l p e t 1__2. c i rを使用するとき

$Q_{be} = \omega_c / B_w, \quad R_b = Z$ とすると、

1次の回路部分

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4$$

$$B_w = \omega_c / Q_{be} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-3)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2次の回路部分

1番目の回路については、

$$\frac{R_3}{R_2} = \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L}R_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \dots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra}$$

8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

l p e t 1__2. c i rを使用するとき

第8章 B Eフィルタの合成

$$\begin{aligned}\therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}} \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}\end{aligned}\tag{8-4}$$

2 番目の回路については、同様に

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \dots \therefore R_2 = LR_4 \\ M &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = LR_4, \quad R_3 = \sqrt{L}R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}\end{aligned}\tag{8-5}$$

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用するとき

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk}\tag{8-6}$$

$$\begin{aligned}\omega_c^2 &= \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \\ \therefore kr &= kd\end{aligned}\tag{8-7}$$

8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用するとき

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{2kd + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{(2Q_{be} - 1)kd + 4Q_{be} - 1}{4Q_{be}} \quad (8-8)$$

$$kd > 1 \quad \therefore (2Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2} > \frac{1}{2} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2Q_{be} - 1} \quad (8-9)$$

を満たす、 kd を選択すると、

$$Q_{be} > \frac{1}{2}, \quad kd = kr > \frac{1}{2Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2Q_{be} - 1)kd + 4Q_{be} - 1}{4Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk} \quad (8-10)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-11)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2$$

$$\omega_{ra}^2 = L\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd} \quad (8-12)$$

$$\therefore kr = L(1 + kd) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{1 + kr}{L} - 1 \quad (8-13)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-14)$$

$$(8-13) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-15)$$

従って、

$$kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{1+kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-16)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-17)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-18)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1 \text{ に対して、} kr = \frac{1+kd}{L} - 1 \quad (8-19)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-20)$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$(8-19) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-21)$$

従って、

$kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right]$ に対して、

$$kr = \frac{1+kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-22)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

8-2-b チェビシェフB Eフィルタへの適用

チェビシェフB Eフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフB Eフィルタの伝達関数は、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39), (7-40) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

2 次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

1 次の部分の B E フィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

$R_b = Z, Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-23)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\omega_d}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

第8章 BEフィルタの合成

2次の回路部分

1番目の回路については、

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L} R_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-24) \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}} \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}\end{aligned}$$

2番目の回路については、同様に

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = LR_4 \\ M &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \quad (8-25) \\ \therefore R_1 &= \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = LR_4, \quad R_3 = \sqrt{L} R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}\end{aligned}$$

l p e t 2__2. c i rを使用するとき

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-26)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-27)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-28)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-29)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-30)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-31)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-32)$$

$$\omega_{ra}^2 = L \omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kr = L(1+kd) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{1+kr}{L} - 1 \quad (8-33)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-34)$$

$$(8-33) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-35)$$

従って、

$$kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{1+kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-36)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-37)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{1+kd}{L} - 1 \quad (8-39)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-40)$$

$$(8-39) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-41)$$

従って、

$$kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{1+kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-42)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

8-2-c 逆チェビシェフBEへの適用

逆チェビシェフBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(db)$ とすると、 $l = \text{ceil}((double)(m-1)/2) - 1$ として

逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-46)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-47)$$

(7-46)、(7-47) において

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-50)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-51)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \quad \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-46)、(7-47)のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

$$A_2 = \sqrt{L/N} \quad (7-52)$$

となります。

1次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1となります。

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\ \omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \cdots \therefore R_2 = R_4 \\ \frac{B_w}{\omega_d} &= \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \\ \therefore R_1 &= \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4 \\ Q_{be} &> \frac{1}{3\omega_d} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}\end{aligned} \tag{8-43}$$

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{\frac{L}{N}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_{za}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_4 \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}\end{aligned} \tag{8-44}$$

2番目の回路については、同様に

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{\frac{N}{L}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_{zb}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = \frac{L R_4}{N} \\ M &= \frac{3 R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3 R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{M R_4}{3 \omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{L R_4}{N}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{rb}}\end{aligned}\tag{8-45}$$

l p e t 2__2. c i rを使用するとき

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-46)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-47)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-48)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-49)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-50)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{L}{N}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \quad (8-51)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-52)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1+kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1 \quad (8-53)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_{za}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4} \quad (8-54)$$

$$(8-53) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \quad (8-55)$$

従って、

$$kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \quad (8-56)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

6)

となります。

2番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{N}{L}} \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6 \quad (8-57)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-58)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-59)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_{zb}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4} \quad (8-60)$$

$$(8-59) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \quad (8-61)$$

従って、

$$kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6 \quad (8-62)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

8-2-d 楕円関数 BE への適用

楕円関数 BE フィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2 \quad \text{として、}$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

m が奇数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

とする時、

m が奇数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_\nu}{\sqrt{q_\nu}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_\nu}{\sqrt{q_\nu}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-55)$$

$$= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \frac{x_\nu}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_\nu N}}$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2]$$

m が偶数の時

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-56)$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H 、 p_v 、 q_v は次式を満たすものとします。

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-55)、(7-56)のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

第8章 B Eフィルタの合成

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m-1]{C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = even$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = odd$$

(7 - 5 7)

1 次の部分の B Eフィルタの $s = 0, s = \infty$ におけるゲインは、 1 となります。

楕円関数 B Eフィルタの伝達関数は逆チェビシェフ B Eフィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

$R_b = Z, Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \dots \therefore R_2 = R_4$$

$$\frac{B_w}{\sigma} = \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c$$

(8 - 6 3)

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\sigma Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\sigma}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

第8章 BEフィルタの合成

2次の回路部分

1番目の回路については、

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= G \quad \therefore R_3 = GR_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_{za}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-64) \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \frac{GNR_4}{L} \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}\end{aligned}$$

2番目の回路については、同様に

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{GN}{L} \quad \therefore R_3 = \frac{GN}{L} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-65) \\ \omega_{zb}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{LR_4}{N} \\ M &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{LR_4}{N}, \quad R_3 = GR_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}\end{aligned}$$

l p e t 2__2. c i rを使用するとき

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、

1 次の回路部分

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-66)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-67)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\sigma} = \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-68)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\sigma Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{2\sigma} + 1}{\frac{kd}{2\sigma}} > \frac{1}{2\sigma} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$kd > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1} \quad (8-69)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

$$Q_{be} > \frac{1}{2\sigma}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-70)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2 次の回路部分

1 番目の回路については、

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = G \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} GR_6 \quad (8-71)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-72)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1+kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1 \quad (8-73)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_{za}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4} \quad (8-74)$$

$$(8-73) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kr > \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \quad (8-75)$$

従って、

$$kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$kd = \frac{N(1+kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} GR_6 \quad (8-76)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

2番目の回路については、同様に

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{GN}{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-77)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-78)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-79)$$

$$M = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4-4kk}{1+kd} \omega_{zb}$$

$$\therefore kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4} \quad (8-80)$$

$$(8-79) \text{ を代入して、 } kk > 1 \text{ より、 } kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \quad (8-81)$$

従って、

$$kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-82)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

となります。

アナログフィルタの設計と合成

第9章 アナログフィルタからディジタルフィルタへの変換（双1次変換）

アナログフィルタの伝達関数においてサンプリング周波数を f_s として、

$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$, $t_s = \frac{1}{f_s}$ と置き換えると、ディジタルフィルタの伝達関数が得られます。カ

ットオフ周波数 ω_d のディジタルフィルタを設計する時に、元になるアナログフィルタのカットオフ周波数 ω_c は $\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right)$ によって求められます。

$$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, \quad t_s = \frac{1}{f_s} \quad (9-1)$$

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right) \quad (9-2)$$

周波数 ω_{pd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ のフィル

タを作成するときに元になるアナログフィルタの仕様は、周波数 $\omega_p = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right)$ において減

衰量 $attp(db)$ 、周波数 $\omega_s = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right)$ において減衰量 $atts(db)$ のフィルタになります。

9-1 デジタルフィルタの伝達関数の形

1次の関数

$$H_1(\omega_d, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \quad (9-3)$$

2次の関数

$$H_2(\omega_d, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \quad (9-4)$$

m次の関数

$$H_m(\omega_d, z) = \left[\frac{C_0(1 + B_1 z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \right] \prod_{k=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + B_{2k} z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-5)$$

9-2 デジタルフィルタの構成

1次の関数

1次のデジタルフィルタの構成

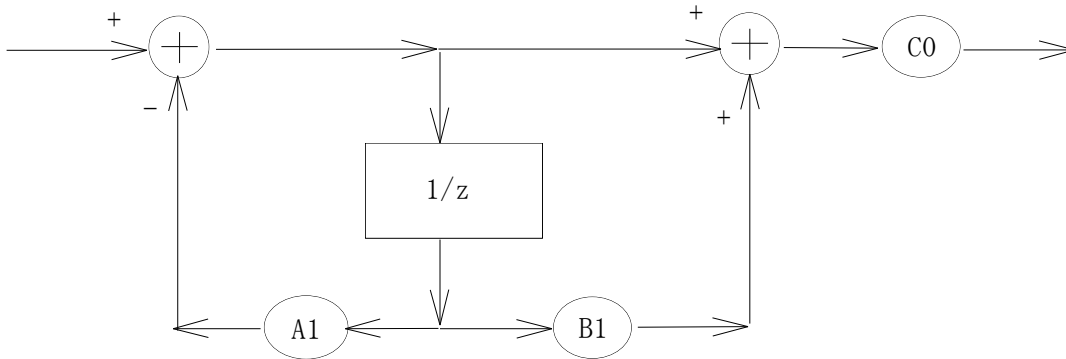


図9-1 1次のデジタルフィルタの構成

2次の関数

2次のデジタルフィルタの構成

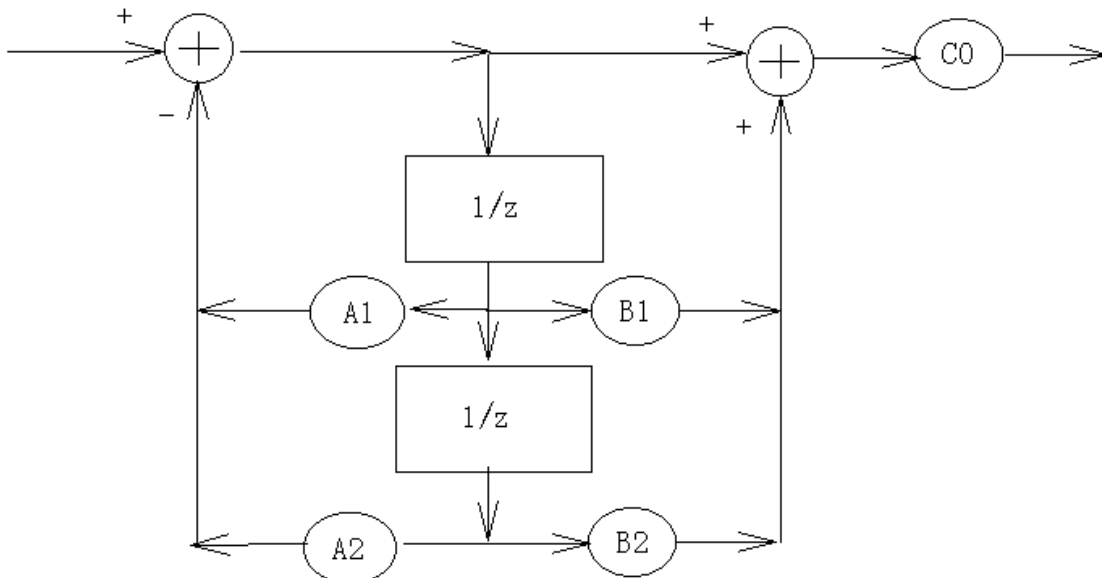


図9-2 2次のデジタルフィルタの構成

9-4 デジタル ローパスフィルタの伝達関数

9-4-1 バターワース ローパスフィルタ

周波数 ω_{pd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルバターワースローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left(\omega_{sa} / \omega_{pa}\right)}$$

元になるアナログフィルタのカットオフ周波数 $\omega_c = \omega_{pa} / \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として
ディジタルバターワースローパスフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-6)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-7)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_c}{2+t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_c}{2+t_s \omega_c} \quad (9-8)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-9)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k\{-4+(t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-6) から (9-9) において

$$\begin{aligned}
 p_k &= \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \\
 q_k &= \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \\
 \omega_{ck} &= \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}
 \end{aligned}
 \tag{9-10}$$

9-4-2 チェビシェフ ローパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルチェビシェフローパスフィルタを作成

するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{sa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

ディジタルチェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-11)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-12)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}} \quad (9-13)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-14)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-11) から (9-14) において

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0, \dots, k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (9-15)$$

$$\omega_{dd} = \omega_c \sinh(d)$$

9-4-3 逆チェビシェフ ローパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル逆チェビシェフローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{pa}\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

ディジタル逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-16)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-17)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}} \quad (9-18)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k \omega_{ck}^2 (4r_k^2 + t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4r_k^2 + t_s^2)}{4r_k^2 + t_s^2} \quad (9-19)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-16) から (9-19) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \omega_c / \sinh(d)$$

9-4-4 楕円関数 ローパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $att_p(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数ローパスフィルタを作成する

ときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_{sa} / \omega_c = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

$$t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \text{ として}$$

ディジタル楕円関数ローパスフィルタの伝達関数は

mが奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

とする時、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})^{(m-1)/2}}{1+A_1z^{-1}} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-20)$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k}z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k}z^{-1} + A_{2k}z^{-2}} \quad (9-21)$$

ただし、 m が奇数の時、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、 m が偶数の時、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21)において、

$$C_0 = \frac{t_s \sigma}{2 + t_s \sigma}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \sigma}{2 + t_s \sigma} \quad (9-22)$$

$$C_{0k} = \frac{G(4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2)}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2)}{4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2} \quad (9-23)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4 + q_v t_s^2)}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2p_v t_s + q_v t_s^2}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{odd} \\ G &= \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{even} \end{aligned} \quad (9-24)$$

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数

9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ

周波数 ω_{pd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルバターワースハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log(\omega_{pa} / \omega_{sa})}$$

$$\omega_c = \omega_{pa} \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として
ディジタルバターワースハイパスフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-25)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-26)$$

$$C_0 = \frac{2}{2+t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_c}{2+t_s \omega_c} \quad (9-27)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-28)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-25) から (9-28) において、

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$
(9-29)

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

9-5-2 チェビシェフ ハイパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルチェビシェフハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{sa}\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として
ディジタルチェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-30)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-31)$$

$$C_0 = \frac{2}{2+t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2+t_s \omega_{dd}}{2+t_s \omega_{dd}} \quad (9-32)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-33)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k\{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-30) から (9-33) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0, \dots, k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (9-34)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

9-5-3 逆チェビシェフ ハイパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル逆チェビシェフハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{pa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

ディジタル逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-35)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-36)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-37)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(4 + r_k^2 t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + r_k^2 t_s^2)}{4 + r_k^2 t_s^2} \quad (9-38)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k\{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-35) から (9-38) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

(9-39)

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \omega_c \sinh(d)$$

9-5-4 楕円関数 ハイパスフィルタ

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリップル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数ハイパスフィルタを作成する

ときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_c / \omega_{sa} = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

$$t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \text{ として}$$

ディジタル楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数は

mが奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

とする時、

mが奇数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-40)$$

mが偶数の時

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k}z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k}z^{-1} + A_{2k}z^{-2}} \quad (9-41)$$

ただし、 m が奇数の時、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、 m が偶数の時、 C_H , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21)において、

$$C_0 = \frac{2\sigma}{2\sigma + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2\sigma + t_s \omega_c}{2\sigma + t_s \omega_c} \quad (9-42)$$

$$C_{0k} = \frac{G(t_s^2 \omega_c^2 + 4x_\nu^2)}{4q_\nu + 2p_\nu t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(t_s^2 \omega_c^2 - 4x_\nu^2)}{t_s^2 \omega_c^2 + 4x_\nu^2} \quad (9-43)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4q_\nu + t_s^2 \omega_c^2)}{4q_\nu + 2p_\nu t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad A_{2k} = \frac{4q_\nu - 2p_\nu t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}{4q_\nu + 2p_\nu t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = odd \\ G &= \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = even \end{aligned} \quad (9-44)$$

9-6 デジタル バンドパスフィルタの伝達関数

9-6-1 バターワース バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタルバターワースバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタルバターワースバンドパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-45)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-46)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-47)$$

$$C_{0k} = \frac{2GKt_s}{4 + 2Kt_s + (t_s\omega_{ra})^2} \quad (9-48)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s\omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s\omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GMt_s}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2} \quad (9-49)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s\omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-45) から (9-49) において、

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

9-6-2 チェビシェフ バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} においてリプル

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタルチェビシェフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)/\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタルチェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-50)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-51)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-52)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{2GK t_s}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2} \quad (9-53)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GMt_s}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s\omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s\omega_{rb})^2} \quad (9-54)$$

(9-50) から (9-54) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

9-6-3 逆チェビシェフ バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において最低減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数

f_s のディジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa}\omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)/\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

ディジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-55)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-56)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-57)$$

$$\begin{aligned}
 C_{0k} &= \frac{GL\{4+(t_s\omega_{za})^2\}}{N\{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2\}}, & B_{1k} &= \frac{2\{-4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+(t_s\omega_{za})^2} \\
 A_{1k} &= \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, & A_{2k} &= \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}
 \end{aligned}
 \tag{9-58}$$

$$C_{0l} = \frac{G\{4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-59)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-55) から (9-59) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^4 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

9-6-4 楕円関数 バンドパスフィルタ

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} においてリプル

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において最低減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数バンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa}\omega_{pa2}, \quad x_L = (\omega_{sa2} - \omega_{sa1})/(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}) = 1/k, \quad K = K(k), \quad \text{と}$$

$$\text{して、} L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタル楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は

mが奇数の時

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

として、

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{v=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-60)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{v=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-61)$$

$$C_0 = \frac{2B_w\sigma_s}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-62)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{GL\{4+(t_s\omega_{za})^2\}}{N\{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2\}}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+(t_s\omega_{za})^2} \quad (9-63)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{G\{4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+(t_s\omega_{zb})^2} \quad (9-64)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-60) から (9-64) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}}B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1}B_w + n_2}{2x_v^2\omega_c^2} \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}
 \end{aligned} \tag{7-24}$$

ただし、 m が奇数の時、 C_H ， σ ， p_v ， q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned}
 &\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\
 &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]
 \end{aligned} \tag{2-7}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H\sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

また、 m が偶数の時、 C_H ， p_v ， q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned}
 &\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\
 &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{m}C_H} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数

9-7-1 バターワース BEフィルタ

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s の

ディジタルバターワースBEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)/\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}}$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタルバターワースBEフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-65)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-66)$$

$$C_0 = \frac{4+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-67)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L}\{4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-68)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4 + (t_s \omega_c)^2}{\sqrt{L}\{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-69)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-65) から (9-69) において、

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

9-7-2 チェビシェフ B E フィルタ

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s の

ディジタルチェビシェフ B E フィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right) / \left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタルチェビシェフ B E フィルタの伝達関数は

m が奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-70)$$

m が偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-71)$$

$$C_0 = \frac{\left\{4 + (t_s \omega_c)^2\right\} \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_c)^2\right\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-72)$$

$$A_1 = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_c)^2\right\} \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4 \omega_{dd} - 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L} \{4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2 \{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-73)$$

$$A_{1k} = \frac{2 \{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{0k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4 + (t_s \omega_c)^2}{\sqrt{L} \{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2 \{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-74)$$

$$A_{1l} = \frac{2 \{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-70) から (9-74) において、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}、\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

9-7-3 逆チェビシェフ バンドエリミネーションフィルタ

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1} x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s の

ディジタル逆チェビシェフBEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1} / \omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2} / x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right) / \left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2} / \omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタル逆チェビシェフバンドエリミネーションフィルタの伝達関数は
mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-75)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l} z^{-1} + A_{2l} z^{-2}} \quad (9-76)$$

$$C_0 = \frac{\left\{4 + (t_s \omega_c)^2\right\} \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_c)^2\right\}}{4 + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-77)$$

$$A_0 = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_c)^2\right\} \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4 \omega_{dd} - 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}{4 \omega_{dd} + 2 B_w t_s + (t_s \omega_c)^2 \omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L/N} \left\{4 + (t_s \omega_{za})^2\right\}}{4 + 2 K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_{za})^2\right\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-78)$$

$$A_{1k} = \frac{2\left\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\right\}}{4 + 2 K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2 K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2 K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数

$$C_{0l} = \frac{\sqrt{N/L} \left\{ 4 + (t_s \omega_{zb})^2 \right\}}{\left\{ 4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2 \right\}}, \quad B_{1l} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{zb})^2 \right\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-79)$$

$$A_{1l} = \frac{2 \left\{ -4 + (t_s \omega_{rb})^2 \right\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-75) から (9-79) において、

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-51)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}$$

9-7-4 楕円関数 バンドエリミネーションフィルタ

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数BEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad x_L = (\omega_{pa2} - \omega_{pa1})/(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}) = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$\text{として、} L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \quad (\text{切り上げ})$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}},$$

$$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \quad \text{として}$$

ディジタル楕円関数バンドエリミネーションフィルタの伝達関数は

mが奇数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-80)$$

mが偶数であれば、

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-81)$$

$$C_0 = \frac{\sigma\{4+(t_s\omega_c)^2\}}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-82)$$

$$A_0 = \frac{2\sigma\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}, \quad A_2 = \frac{4\sigma-2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}$$

$$C_{0k} = \frac{G\{4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-83)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{GN\{4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{L\{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-84)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-80) から (9-84) において、

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}}B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1}B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

ただし、 m が奇数の時、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^{2(m-1)/2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m-1]{C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

また、 m が偶数の時は、 C_H ， p_v ， q_v は次式を満たすものとします。

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

アナログフィルタの設計と合成

第10章 ベッセルローパスフィルタの設計

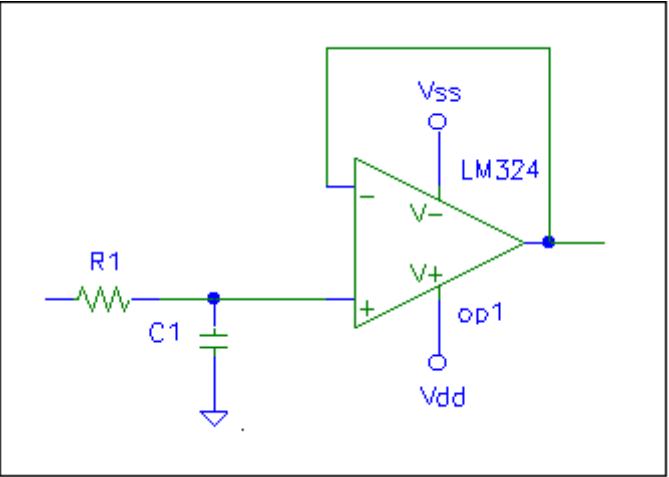
これまで、述べてきたバターワースローパスフィルタ、チェビシェフローパスフィルタ、逆チェビシェフローパスフィルタ及び楕円関数ローパスフィルタは周波数特性の中で特に減衰特性を重視して考案されたフィルタですが、これから述べるベッセルローパスフィルタは一定遅延特性を得ることを最大の目的として考案されたフィルタです。遅延が周波数成分に関わり無く等しいので、そのステップ応答には、本質的にリングングやオーバーシュートが現れず、インパルス応答も振動的になりません。しかし、減衰特性はかなり劣ります。

アクティブフィルタの合成

(素子値を E 2 4 シリーズに合わせる)

第 1 1 章 ローパスフィルタの合成

1 次のローパスフィルタ基本回路



l p 1 _ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)}$$

バターワース ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

上の 2 つの式から、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} \quad (11-1)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」

- 1 $C_1 = 0.01 \mu F$ から、スタートする。
- 2 $i_e = 1$
 $C_m = C_1$ の仮数部、 $C_y = C_1$ の指数部とする。
 $C_m = E 2 4 [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。
 $i = 0$ 、 $C_m = E 2 4 [i_0 + i]$

第11章 ローパスフィルタの合成

- 3 (11-1)により、 $R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1}$ を計算する。 $err = 0.002 * ie$
- 4 $R_m = R_1$ の仮数部、 $R_y = R_1$ の指数部として、 R_m がE24[i1]に最も近いi1を求める。その時の誤差 $fabs(err) < er$ なら7に行く。
- 5 そうでなければ、 $i++$; $i < 24$ なら、 $C_m = E24[i0+1]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$ として、3に戻る。
- 6 $i = 24$ ならば、 $ie++$; $i = 0$ 、 $C_m = E24[i0+i]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$ として、3に戻る。
- 7 C_1 、 R_1 および誤差を表示して、確認を求める。
 C_1 を変更するなら、入力してもらい2に戻る。
 R_1 を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\omega_c R_1}$ として2に戻る。
 次の候補を確認するならば、5に戻る。
 変更がなければ完了。

チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d}$$

従って、

$$\omega_d = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} \quad (11-2)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順1」において、 ω_c の代わりに ω_d を使用します。

楕円関数 ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma}$$

従って、

$$\sigma = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{C_1 \sigma} \quad (11-3)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順1」において、 ω_c の代わりに σ を使用します。

／＊ 「手順1」の2の処理プログラムの例

getc(C1, &Cy, &i0)

関数値として誤差を返す

＊／

double getc(double d, double*yd, int *i)

{

double md,ld,mc,err1,err2;

int nd,i0;

ld = log10(d);

nd = (int)floor(ld);

md = pow(10.0,ld - nd);

i0 = (int)((ld - nd) * 24.0);

err1 = fabs((md-e24[i0])/md);

err2 = fabs((md-e24[i0+1])/md);

if(err1>err2) {

i0++;

err1 = err2;

}

if(i0 >= 24){

nd++;

i0 -= 24;

}

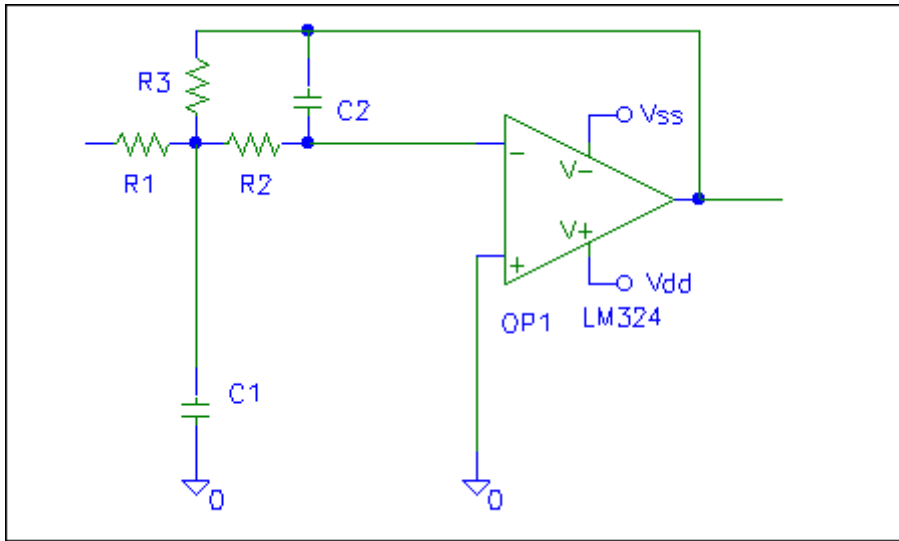
*i = i0;

*yd = pow(10.0,nd);

return err1;

}

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r



l p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $R_1 = R_3$

$$C_2 = C \quad C_1 = mC$$

$$R_1 = R \quad R_2 = kR$$

とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (11-4)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (11-5)$$

(11-4) と (11-5) から、

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (11-6)$$

$$k > 0 \text{ より、} m \geq 8Q_k^2 \quad (11-7)$$

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

このとき、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (11-8)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順2」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lp a t 1__2. c i r 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 8Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

2 $C_{2m} = C_2$ の仮数部、 $C_{2y} = C_2$ の指数部とする。

$C_{2m} = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_e = 1$; $i_{02} = 0$; $e_r = e_r 0$

3 $C_2 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$; $C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小のE24シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E_{24} [i_1]$;

$i_{12} = 0$

4 $m = E_{24} [i_1 + i_{12}] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$e_r = e_r 0 * (++i_e)$; $i_{02} = 0$; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0$; $C_{1y} *= 10. 0$; 4 に戻る。

6 $R_2 = k * R_1$;

$R_{2m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E_{24} [i_1 + i_{12}] * C_{1y}$

8 C_1 、 C_2 、 R_1 、 R_2 および誤差を表示して、確認を求める。

2次のローパスフィルタ基本回路 lp a t 1__2. c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

C2を変更するなら、入力してもらい2に戻る。

R1を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$ として2に戻る。

次の候補を確認するならば、5に戻る。

変更がなければ完了。

／＊ 「手順2」の3の処理のプログラム例

関数値として、与えられた数値より小さくなくて、

E24シリーズに該当する数値を返す。

与えられた数値の指数部を表わす変数を書き換える ＊／

```
double getg(double d,double*yd,int *i)
{
double mc,yc;
int i0;
mc = d;
getcl(mc,&yc,&i0); mc = e24[i0] * yc;
if(mc < d) i0++;
mc = e24[i0] * yc;
*yd = yc;
*i = i0;
return mc;
}
```

／＊ 「手順2」全体の処理のプログラム例

2次ローパスフィルタの回路形式1用 lpat1_2.cir

$$\frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{C_1R_1R_2R_3}s + \left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)} = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad * /$$

```
void cal_rc_b1(int j)
{
int x,y,i0,i1,i2,i02,i12,kp,ie;
long int count=0L;
double Qk,wck,Qk2,R1,R2,R3,C1,C2,R1y,R2y,C1y,C2y,mm,kk;
double er,er0,rcin,ert1,ert2;
er0 = 0.0025;
```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合


```

y=wherey0;
kp = j + 1;
wck = pow(co[j][1],0.5);
Qk = wck/co[j][0];
Qk2 = 8.0*Qk*Qk;
C2 = pow(10.0,-8.0);
loop_b1_0:
    getcl(C2,&C2y,&i0);    count++;
    if(j == 8)y = 7;
    i02 = 0; ie = 1;  er = er0;
loop_b1_1:
    C2 = e24[i0+i02] * C2y;
    mm = Qk2;
    C1 = mm * C2;
    C1 = getg(C1,&C1y,&i1); count++;
    i12 = 0;
loop_b1_2:
    mm = e24[i1+i12] * C1y/C2;
    if(mm > 100.0 * Qk2){
        if(++i02 < 24) goto loop_b1_1;
        er = er0 * (double)(++ie); i02 = 0;
        goto loop_b1_1;
    }
    kk = (mm-Qk2/2+sqrt(mm*(mm-Qk2)))/Qk2;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);    count += 2;
    if(getcl(R1,&R1y,&i2) < er) goto loop_b1_3;
loop_b1_21:
    if(++i12 >= 24){
        i12 = 0; C1y *= 10.0;
    }
    goto loop_b1_2;
loop_b1_3:
    R2 = kk * R1;    count += 2;
    if(getcl(R2,&R2y,&i2) < er) goto loop_b1_4;
    goto loop_b1_21;
loop_b1_4:

```

```

        C1 = e24[i1+i12] * C1y;
loop_b1_41:
    locate(1,y);      clrblw();
    ert2 = getcl(R1,&R1y,&i2);
    ert1 = ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(R2,&R1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C1,&C1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C2,&C2y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert1 = sqrt(ert1) * 100.0;
    ert2 = sqrt(1.0/C1/C2/R2/R1);
    ert2 = (wck*ert2)/wck*100.0;      count += 5;
    printf("R1_%d=%-9s R2_%d=%-9s R3_%d=%-9s¥n",
           kp,i_unit(su[0],R1),kp,i_unit(su[1],R2),kp,i_unit(su[2],R1));
    printf("C1_%d=%-9s C2_%d=%-9s  Err= %lf erwc %lf count %ld¥n",
           kp,i_unit(su[0],C1),kp,i_unit(su[1],C2),ert1,ert2,count);
    locate(1,23);      clrblw();
    printf("R1_%d を変更するなら R, C2_%d なら C, 係数 なら k, OK なら G ",
           kp,kp);
    x = wherex();
    if((j == 7) && (m != 8)){
        locate(1,24);
        printf("G なら、計算値の表示を初期化します");
    }
    locate(x,23);
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':      goto    loop_rc_r;
        case 'c':      goto    loop_rc_c;
        case 'k':      goto    loop_b1_21;
        case 'g':
            if(ert1 > 1e-10){
                locate(1,23);      clrblw();
                printf("E24 シリ-ズの値で近似しますか Y/N ");
            }
    }

```

```

        get_lower_string(buf);
        if(buf[0] == 'y') {
            getcl(R1,&R1y,&i2);      R1 = e24[i2]*R1y;
            getcl(R2,&R2y,&i2);      R2 = e24[i2]*R2y;
            getcl(C1,&C1y,&i2);      C1 = e24[i2]*C1y;
            getcl(C2,&C2y,&i2);      C2 = e24[i2]*C2y;
            count    += 4;
            goto     loop_b1_41;
        }
    }
    locate(1,y+2);    clrblw();
    wrt_ckt_fl(kp,R1,R2,R1,C1,C2);
    return;
default: goto      loop_b1_4;
}

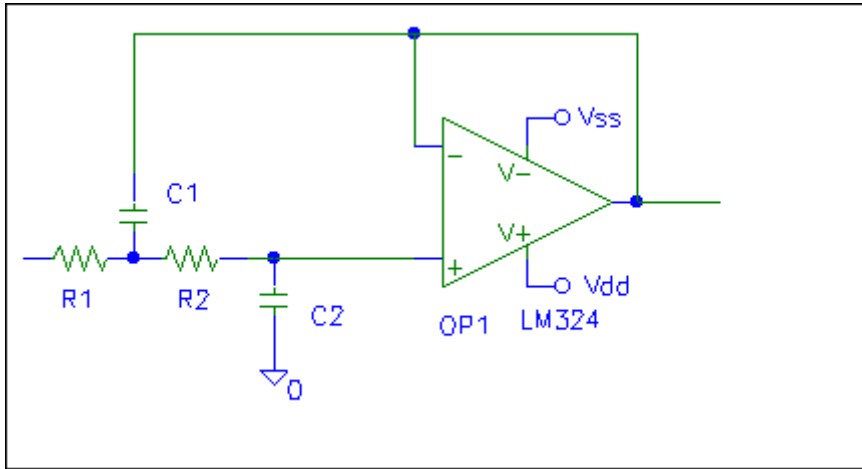
loop_rc_r:
    locate(1,23);    clrblw();
    printf("R1_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],R1));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_r;
    R1 = rcin;      C2 = 1.0/R1/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);    clrblw();
    goto      loop_b1_0;

loop_rc_c:
    locate(1,23);    clrblw();
    printf("C2_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],C2));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto      loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto      loop_rc_c;
    C2 = rcin;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);    clrblw();
    goto      loop_b1_0;

```

}

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2__2. c i r



l p a t 2__2. c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2}$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR}$$

よって、与えられた正の実数mに対して、kは

$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0$ を満足するはずでず。判別式から、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2__2. c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

上記の m に対して、 $k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2}$

$$FSF = \sqrt{mk}\omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 3」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 l p a t 2 __ 2 . c i r 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 4Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。e r 0 = 0 . 0 0 2 5

2 $C_2 m = C_2$ の仮数部、 $C_2 y = C_2$ の指数部とする。

$C_2 m = E 2 4 [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_e = 1 ; i_{02} = 0 ; e_r = e_{r0}$

3 $C_2 = E 2 4 [i_0 + i_{02}] * C_2 y$

$m = Q_{k2} ; C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小の E 2 4 シリーズの値を求める。

$C_1 m = E 2 4 [i_1] ;$

$i_{12} = 0$

4 $m = E 2 4 [i_1 + i_{12}] * C_1 y / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$e_r = e_{r0} * (++i_e) ; i_{02} = 0 ;$ 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{4Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_1 m = E 2 4 [i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0 ; C_1 y * = 10.0 ;$ 4 に戻る。

6 $R_2 = k k * R_1 ;$

$R_2 m = E 2 4 [i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E 2 4 [i_1 + i_{12}] * C_1 y$

2 次のローパスフィルタ基本回路 1 l p a t 2 __ 2 . c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

8 C₁、C₂、R₁、R₂および誤差を表示して、確認を求める。

C₂を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

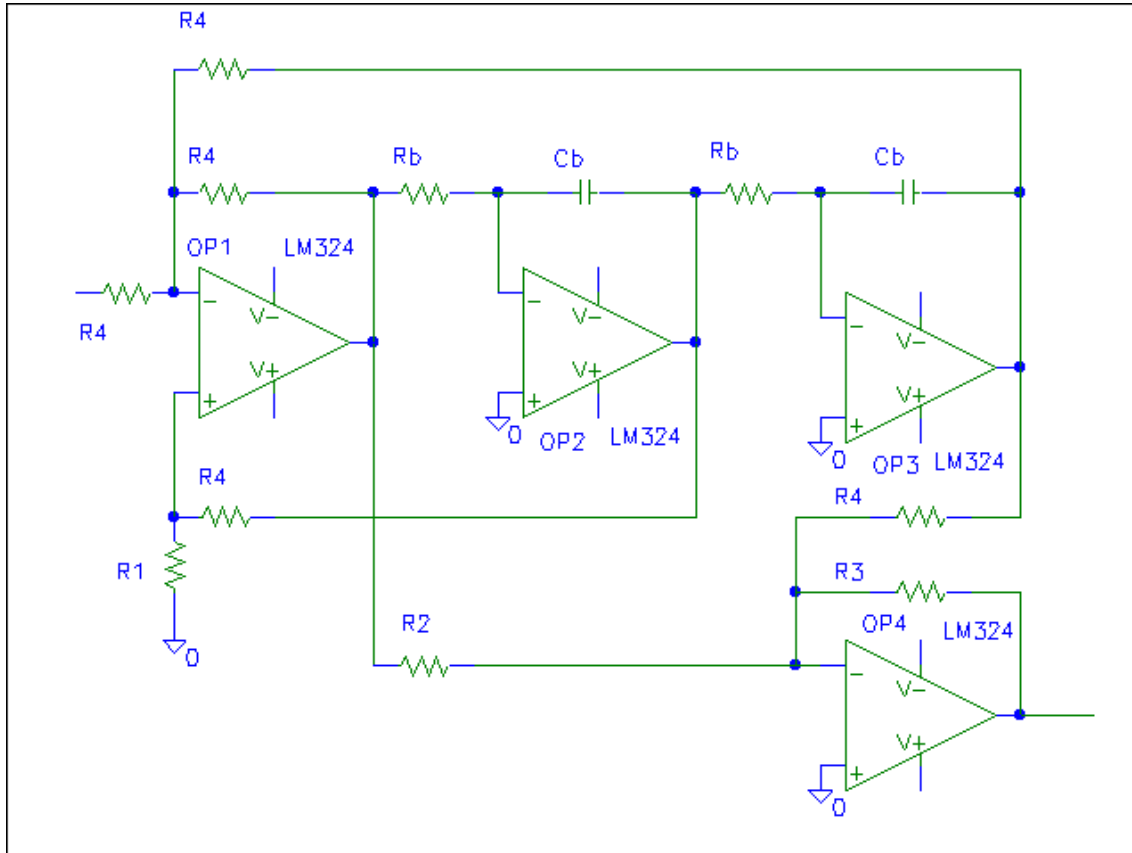
R₁を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$ として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

**** 「手順2」とは、1 のQ k 2、4 のkの式が異なるだけ。**

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir



lpet1_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

2つの式の係数を比較して、

$$\frac{R_3}{R_2} = \omega_{ck}^2 r_k^2, \quad \omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2}, \quad 1/r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2, \quad \frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

2次のローパスフィルタ基本回路 lpatt2_2.cir

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right), \quad R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2}$$

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z / FSF, R_3 = R_4$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順4」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lp et 1__2. cir 用

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

$$\text{各係数を } \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \text{ と合わせます。}$$

1 与えられた係数から、

$\omega_{ck2} = co[j][1], G = co[j][2], \omega_{b2} = co[j][3]$ を代入する。次に、

$\omega_{ck} = \sqrt{\omega_{ck2}}, Q_k = \omega_{ck} / co[j][0]$ を計算する。

2 $C_b = 0.01 \mu F$; $R_3 = 10 K$; $er = 0.0025$

3 $C_{bm} = C_b$ の仮数部、 $C_{by} = C_b$ の指数部とする。

$C_{bm} = E24[i0]$ に最も近い $i0$ を求める。

$i02 = 0$; $ie = 1$; $er = er0$

4 $C_b = E24[i0 + i02] * C_{by}$; $R_b = 1.0 / wck / C_b$

$R_{bm} = R_b$ の仮数部、 $R_{by} = R_b$ の指数部とする。

$R_{bm} = E24[i1]$ に最も近い $i1$ を求め、

R_{bm} のE24シリーズからの誤差が er 以下ならば6に行く。

5 誤差が er より大きい時

$++i02$; $i02 < 24$ なら、4に戻る。

$i02 = 24$ なら、 $i02 = 0$; $er = er0 * (++ie)$ 4に戻る

6 C_b , R_b 及び wck からの誤差を表示して確認を求める。

R_b を変更するなら、入力して $C_b = 1.0 / wck / R_b$; 3に戻る

C_b を変更するなら、入力して 3に戻る

次の候補を確認するなら、5に戻る

これで良ければ、7に行く

7 E24シリーズの値で近似するなら

$R_b = E24[i1] * R_{by}$; 6に戻る

E24シリーズに近似しなければ、8に行く

2次のローパスフィルタ基本回路 lp at 2__2. cir

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

第11章 ローパスフィルタの合成

8 $R_{4m} = R_4$ の仮数部、 $R_{4y} = R_4$ の指数部とする。同様に、 R_1 、 R_2 、 R_3 の仮数部、指数部を R_{1m} 、 R_{2m} 、 R_{3m} 、 R_{1y} 、 R_{2y} 、 R_{3y} とする。

$R_{4m} = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_{02} = 0$; $i_e = 1$; $e_r = e_{r0}$

9 $R_4 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * R_{4y}$; $R_1 = R_4 / (3 * Q_k - 1.0)$;

$R_{1m} = E_{24} [i_1]$ に最も近い i_1 を求める

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、11 に行く

10 誤差が e_r より大きければ、 $++i_{02}$; $i_{02} < 24$ なら 9 に戻る

$i_{02} = 24$ なら、 $i_{02} = 0$; $e_r = e_{r0} * (++i_e)$; 9 に戻る

11 $R_2 = R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e2} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e2}$;

12 $R_{2m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い i_2 を求める

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、15 に行く

13 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e2}$; $i_{e2} < 19$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e2}$; 12 に戻る

14 $i_{e2} = 19$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る。

15 $R_3 = G * R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e3} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e3}$

16 $R_{3m} = E_{24} [i_3]$ に最も近い i_3 を求める。

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、19 に行く

17 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e3}$; $i_{e3} < 20$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e3}$; 16 に戻る

18 $i_{e3} = 20$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る

19 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 を表示して、確認を求める。

R_1 を変更するなら、入力して、 $R_4 = (3 * Q_k - 1.0) * R_1$

8 に戻る。

R_2 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_2 * w_{ck2} / w_{b2}$

8 に戻る。

R_3 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_3 * w_{ck2} / w_{b2} / G$

8 に戻る。

R_4 を変更するなら、入力して、8 に戻る。

次の候補を確認するなら、10 に戻る

これで良ければ、20 に行く

20 E_{24} シリーズの値に近似するなら

$R_1 = E_{24} [i_1] * R_{1y}$; $R_2 = E_{24} [i_2] * R_{2y}$;

$R_3 = E_{24} [i_3] * R_{3y}$; 15 に戻る

21 E_{24} シリーズの値に近似しなければ、完了

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

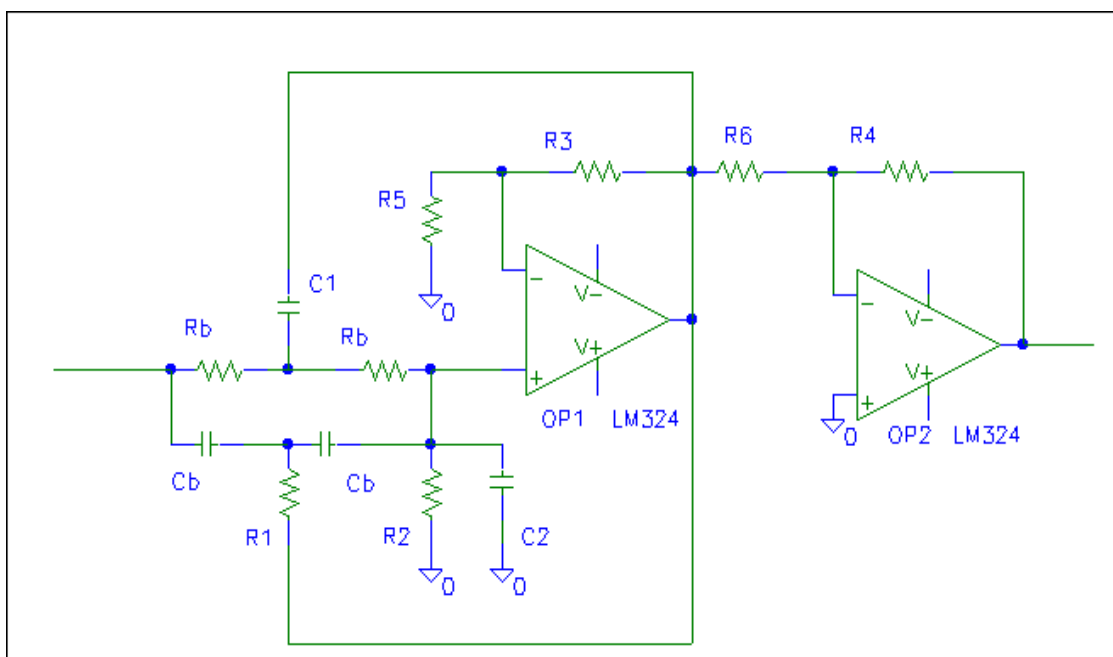
各係数を $\frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$ と合わせます。

「手順 4」がそのまま使用可能です。co[j][2] をフィルタの次数が偶数か奇数かによって正しく計算しておきます。

$$co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[m/2]{C_H}} (m = \text{even}), \quad co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma}} (m = \text{odd})$$

$$co[j][0] = p_v, \quad co[j][1] = q_v, \quad co[j][3] = (x_v \omega_p)^2$$

2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir



$$R1=R_b/2, C1=2C_b, R2=2R_b/kr, C2=kdC_b/2, R3=(kk-1)R5$$

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

各係数を $\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$ と合わせます。

MC ACT 2 関数ドキュメント

1994/05/04 三浦 高志

(1) パラメータの入力

パラメータを入力して、伝達関数を計算するのに必要なパラメータを更新する
入力形式 1 は次数を入力しない、2 は次数を入力する

1-1 ローパスフィルタ及びハイパスフィルタ

a. バターワース inp__para1 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , f_c を更新する

2. m , f_c を入力する

b. チェビシェフ inp__para2 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , att_p , f_c を更新する

2. m , f_c , att_p を入力する (f_p も更新する)

c. 逆チェビシェフ inp__para3 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , $atts$, f_c を更新する

2. m , f_c , att_p , x_s を入力して
 m , $atts$, f_c を更新する (f_p も更新する)

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \cosh\{m \cosh^{-1}(x_s)\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = f_s$$

d. 楕円関数 inp__para4 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , att_p , f_c , x_s を更新する

2. m , f_c , att_p , x_s を入力する (f_p も更新する)

1-2 バンドパスフィルタ

a. バターワース i n p _ p a r a 5 ()

1. f p 1, f p 2, x s, a t t sを入力して
m, b w, f cを更新する (a t t p=3. 0 1 0 3とする)
2. m, f p 1, f p 2を入力して
m, b w, f cを更新する (a t t p=3. 0 1 0 3とする)

b. チェビシェフ i n p _ p a r a 6 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t pを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する

c. 逆チェビシェフ i n p _ p a r a 7 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t sを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t p, x sを入力して
m, b w, f c, a t t sを更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left(\frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_{p2} - f_{p1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, bw = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d. 楕円関数 i n p _ p a r a 8 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t p, x sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する

1-3 バンドエリミネーションフィルタ

a. バターワース i n p _ p a r a 9 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc を更新する ($attp=3.0103$ とする)
2. m , f_{p1} , f_{p2} を入力して
 m , bw , fc を更新する ($attp=3.0103$ とする)

b. チェビシェフ i n p _ p a r a 1 0 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する

c. 逆チェビシェフ i n p _ p a r a 1 1 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $atts$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s を入力して
 m , bw , fc , $atts$ を更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left(\frac{f_{p2} - f_{p1}}{f_{s2} - f_{s1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, bw = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d. 楕円関数 i n p _ p a r a 1 2 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Bs + C}{s + A} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Cs^2 + Ds + E}{s^2 + As + B} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]}$$

(3) 伝達関数をディジタルフィルタに変換する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1] + \text{Pr}[2]z^{-1}}{1 + \text{Pr}[0]z^{-1}}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2] + \text{Sc}[\nu][3]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][4]z^{-2}}{1 + \text{Sc}[\nu][0]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][1]z^{-2}}$$

(2) から (3) への変換式は次のとおり

サンプリング周波数を f_s として、 $ts = 1/f_s$ を用いて

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$\text{Pr}[0] = \frac{-2 + p_0 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[1] = \frac{2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[2] = \frac{-2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sc}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sc}[\nu][2]$ $p_3 = \text{Sc}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sc}[\nu][4]$ として

$$\begin{aligned} \text{Sc}[\nu][0] &= \frac{2(-4 + p_1 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][1] &= \frac{4 - 2p_0 t_s + p_1 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][2] &= \frac{4p_2 + 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][3] &= \frac{2(-4p_2 + p_4 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][4] &= \frac{4p_2 - 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \end{aligned}$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

(4) アナログフィルタの角周波数 ω におけるゲインの計算

$s = j\omega$ $j = \sqrt{-1}$ として、 $A = 0$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A+ = 20\log_{10}\{abs(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A- = 20\log_{10}\{abs(s + p_0)\}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sc}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sc}[\nu][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sc}[\nu][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

```
for( $\nu = 0$ ;  $\nu \leq lp$ ;  $\nu++$ ) {
     $A+ = 20\log_{10}\{abs(p_2 * s^2 + p_3 * s + p_4)\}$ ;
     $A- = 20\log_{10}\{abs(s^2 + p_0 * s + p_1)\}$ ;
}
```

(5) アナログフィルタの角周波数 ω における位相の計算

$s = j\omega$ $j = \sqrt{-1}$ として、 $A = 0$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A = \text{arg_adjust}\{A + \text{arg}(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A = \text{arg_adjust}\{A - \text{arg}(s + p_0)\}$$

$\text{arg_adjust}(\text{double } A)\{$

$\text{if}(A > \pi) A- = 2\pi;$

$\text{if}(A < -\pi) A+ = 2\pi;$

$\text{return}(A);$

$\}$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sec}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sec}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sec}[\nu][2]$ として
 $p_3 = \text{Sec}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sec}[\nu][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```
for( $\nu = 0; \nu \leq lp; \nu++$ ) {  
     $A = \arg\_adjust\{A + \arg(p_2 * s^2 + p_3 * s + p_4)\};$   
     $A = \arg\_adjust\{A - \arg(s^2 + p_0 * s + p_1)\};$   
}
```

(5) デジタルフィルタの角周波数 ω におけるゲインの計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$\begin{aligned} A+ &= 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(p_1 + p_2 * z^{-1}) \right\} \\ A- &= 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(1 + p_0 * z^{-1}) \right\} \end{aligned}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[v][0] \quad p_1 = \text{Sc}[v][1] \quad p_2 = \text{Sc}[v][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[v][3] \quad p_4 = \text{Sc}[v][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

$$\begin{aligned} &for(v = 0; v \leq lp; v++) \{ \\ &\quad A+ = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(p_2 + p_3 * z^{-1} + p_4 * z^{-2}) \right\}; \\ &\quad A- = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(1 + p_0 * z^{-1} + p_1 * z^{-2}) \right\}; \\ &\} \end{aligned}$$

(6) デジタルフィルタの角周波数 ω における位相の計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$\begin{aligned} A &= \text{arg_adjust} \left\{ A + \text{arg}(p_1 + p_2 * z^{-1}) \right\} \\ A &= \text{arg_adjust} \left\{ A - \text{arg}(1 + p_0 * z^{-1}) \right\} \\ &\text{arg_adjust}(\text{double } A) \{ \\ &\quad if(A > \pi) A- = 2\pi; \\ &\quad if(A < -\pi) A+ = 2\pi; \\ &\quad return(A); \\ &\} \end{aligned}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[v][0] \quad p_1 = \text{Sc}[v][1] \quad p_2 = \text{Sc}[v][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[v][3] \quad p_4 = \text{Sc}[v][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

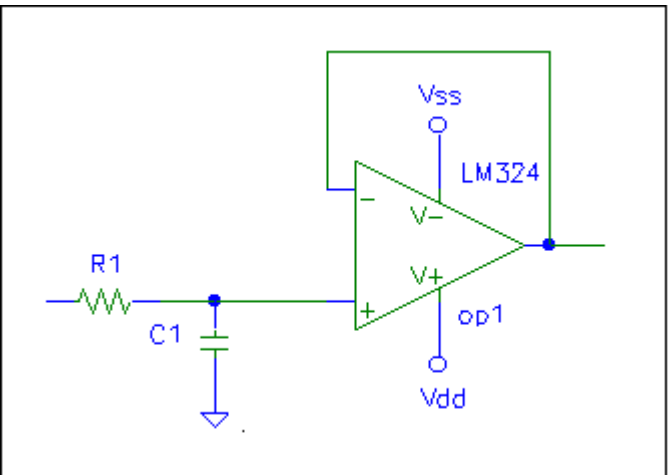
(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```
for(v = 0; v <= lp; v++){  
    A = arg_adjust{A + arg(p2 + p3 * z-1 + p4 * z-2)};  
    A = arg_adjust{A - arg(1 + p0 * z-1 + p1 * z-2)};  
}
```

アクティブフィルタの合成（一部重複あり）
(素子値を E 2 4 シリーズに合わせる)

第 1 1 章 ローパスフィルタの合成

1 次のローパスフィルタ基本回路



l p 1__1. c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)}$$

バターワース ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

上の 2 つの式から、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} \quad (1\ 1 - 1)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成 アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

- 1 $C_1 = 0.01\mu F$ から、スタートする。
- 2 $i_e = 1$
 $C_m = C_1$ の仮数部、 $C_y = C_1$ の指数部とする。
 $C_m = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。
 $i = 0$ 、 $C_m = E_{24} [i_0 + i]$
- 3 $(11 - 1)$ により、 $R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1}$ を計算する。 $e_r = 0.002 * i_e$
- 4 $R_m = R_1$ の仮数部、 $R_y = R_1$ の指数部として、 R_m が $E_{24} [i_1]$ に最も近い i_1 を求める。その時の誤差 $fabs(e_r) < e_r$ なら 7 にいく。
- 5 そうでなければ、 $i++$; $i < 24$ なら、 $C_m = E_{24} [i_0 + 1]$ 、
 $C_1 = C_m * C_y$ として、3 に戻る。
- 6 $i = 24$ ならば、 i_e++ ; $i = 0$ 、 $C_m = E_{24} [i_0 + i]$ 、
 $C_1 = C_m * C_y$ として、3 に戻る。
- 7 C_1 、 R_1 および誤差を表示して、確認を求める。
 C_1 を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。
 R_1 を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\omega_c R_1}$ として 2 に戻る。
 次の候補を確認するならば、5 に戻る。
 変更がなければ完了。

チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d}$$

従って、

$$\omega_d = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} \quad (11 - 2)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」において、 ω_c の代わりに ω_d を使用します。

楕円関数 ローパスフィルタの場合

- (2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma}$$

従って、

$$\sigma = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{C_1 \sigma} \quad (11-3)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順1」において、 ω_c の代わりに σ を使用します。

／＊ 「手順1」の2の処理プログラムの例

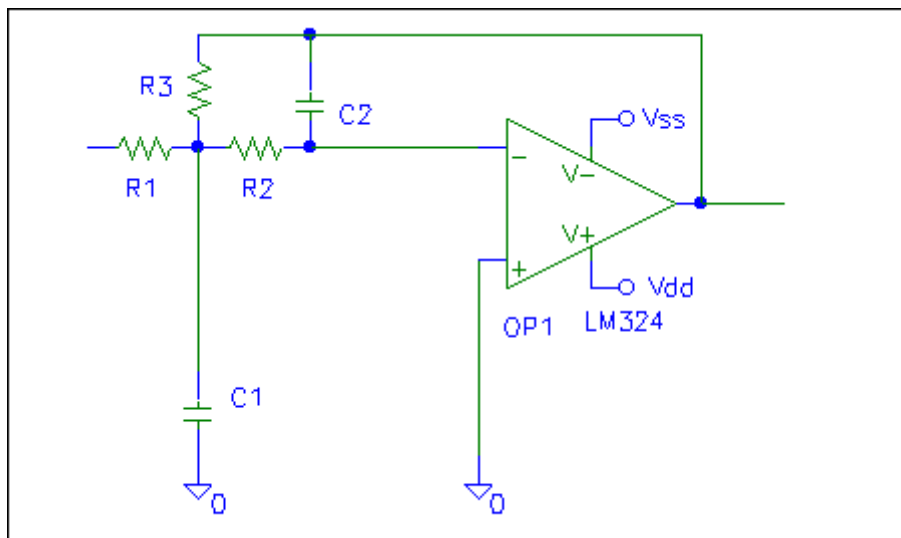
`getcl(C1, &Cy, &i0)`

関数値として誤差を返す

＊／

```
double getcl(double d, double*yd, int *i)
{
double md, ld, mc, err1, err2;
int nd, i0;
ld = log10(d);
nd = (int)floor(ld);
md = pow(10.0, ld - nd);
i0 = (int)((ld - nd) * 24.0);
err1 = fabs((md - e24[i0])/md);
err2 = fabs((md - e24[i0+1])/md);
if(err1 > err2) {
i0++;
err1 = err2;
}
if(i0 >= 24){
nd++;
i0 -= 24;
}
*i = i0;
*yd = pow(10.0, nd);
return err1;
}
```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r



l p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $R_1 = R_3$

$$\begin{aligned} C_2 &= C & C_1 &= mC \\ R_1 &= R & R_2 &= kR \end{aligned} \quad \text{とすると、}$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (11-4)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (11-5)$$

(11-4) と (11-5) から、

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (11-6)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

$$k > 0 \text{ より、 } m \geq 8Q_k^2 \quad (11-7)$$

このとき、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (11-8)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順2」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lpattl_2. cir 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 8Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。 $er = 0.0025$

2 $C_{2m} = C_2$ の仮数部、 $C_{2y} = C_2$ の指数部とする。

$C_{2m} = E24[i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$ie = 1$; $i_{02} = 0$; $er = er$

3 $C_2 = E24[i_0 + i_{02}] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$; $C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小のE24シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E24[i_1]$;

$i_{12} = 0$

4 $m = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$er = er * (++ie)$; $i_{02} = 0$; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 4Q_k + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E24[i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が er より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0$; $C_{1y} *= 10.0$; 4 に戻る。

6 $R_2 = k * R_1$;

$R_{2m} = E24[i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が er より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y}$

8 C_1 、 C_2 、 R_1 、 R_2 および誤差を表示して、確認を求める。

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

C 2 を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

R 1 を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$ として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

／＊ 「手順 2」の 3 の処理のプログラム例

関数値として、与えられた数値より小さくなくて、

E 2 4 シリーズに該当する数値を返す。

与えられた数値の指数部を表わす変数を書き換える ＊／

```
double getg(double d,double*yd,int *i)
{
double mc,yc;
int i0;
mc = d;
getcl(mc,&yc,&i0); mc = e24[i0] * yc;
if(mc < d) i0++;
mc = e24[i0] * yc;
*yd = yc;
*i = i0;
return mc;
}
```

／＊ 「手順 2」全体の処理のプログラム例

2 次ローパスフィルタの回路形式 1 用 lpat1_2.cir

$$\frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{C_1R_1R_2R_3}s + \left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)} = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad * /$$

```
void cal_rc_b1(int j)
{
int x,y,i0,i1,i2,i02,i12,kp,ie;
long int count=0L;
double Qk,wck,Qk2,R1,R2,R3,C1,C2,R1y,R2y,C1y,C2y,mm,kk;
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```
double  er,er0,rcin,ert1,ert2;
        er0 = 0.0025;
        y=wherey0;
        kp = j + 1;
        wck = pow(co[j][1],0.5);
        Qk = wck/co[j][0];
        Qk2 = 8.0*Qk*Qk;
        C2 = pow(10.0,-8.0);
loop_b1_0:
        getcl(C2,&C2y,&i0);      count++;
        if(j == 8)y = 7;
        i02 = 0; ie = 1;   er = er0;
loop_b1_1:
        C2 = e24[i0+i02] * C2y;
        mm = Qk2;
        C1 = mm * C2;
        C1 = getg(C1,&C1y,&i1); count++;
        i12 = 0;
loop_b1_2:
        mm = e24[i1+i12] * C1y/C2;
        if(mm > 100.0 * Qk2){
                if(++i02 < 24) goto    loop_b1_1;
                er = er0 * (double)(++ie); i02 = 0;
                goto    loop_b1_1;
        }
        kk = (mm-Qk2/2+sqrt(mm*(mm-Qk2)))/Qk2;
        R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);    count += 2;
        if(getcl(R1,&R1y,&i2) < er)      goto    loop_b1_3;
loop_b1_21:
        if(++i12 >= 24){
                i12 = 0; C1y *= 10.0;
        }
        goto    loop_b1_2;
loop_b1_3:
        R2 = kk * R1;    count += 2;
        if(getcl(R2,&R2y,&i2) < er)      goto    loop_b1_4;
```

```
        goto    loop_b1_21;
loop_b1_4:
    C1 = e24[i1+i12] * C1y;
loop_b1_41:
    locate(1,y);      clrblw0;
    ert2 = getcl(R1,&R1y,&i2);
    ert1 = ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(R2,&R1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C1,&C1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C2,&C2y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert1 = sqrt(ert1) * 100.0;
    ert2 = sqrt(1.0/C1/C2/R2/R1);
    ert2 = (wck*ert2)/wck*100.0;      count += 5;
    printf("R1_%.0d=%.9s R2_%.0d=%.9s R3_%.0d=%.9s¥n",
           kp,i_unit(su[0],R1),kp,i_unit(su[1],R2),kp,i_unit(su[2],R1));
    printf("C1_%.0d=%.9s C2_%.0d=%.9s  Err= %lf erwc %lf count %ld¥n",
           kp,i_unit(su[0],C1),kp,i_unit(su[1],C2),ert1,ert2,count);
    locate(1,23);      clrblw0;
    printf("R1_%.0d を変更するなら R, C2_%.0d なら C, 係数 なら k, OK なら G  ",
           kp,kp);
    x = wherex();
    if((j == 7) && (m != 8)){
        locate(1,24);
        printf("G なら、計算値の表示を初期化します");
    }
    locate(x,23);
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':      goto    loop_rc_r;
        case 'c':      goto    loop_rc_c;
        case 'k':      goto    loop_b1_21;
        case 'g':
            if(ert1 > 1e-10){
```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
        locate(1,23);    clrblw();
        printf("E24 シリ-ズの値で近似しますか Y/N ");
        get_lower_string(buf);
        if(buf[0] == 'y') {
            getcl(R1,&R1y,&i2);    R1 = e24[i2]*R1y;
            getcl(R2,&R2y,&i2);    R2 = e24[i2]*R2y;
            getcl(C1,&C1y,&i2);    C1 = e24[i2]*C1y;
            getcl(C2,&C2y,&i2);    C2 = e24[i2]*C2y;
            count    += 4;
            goto    loop_b1_41;
        }
    }
    locate(1,y+2);    clrblw();
    wrt_ckt_fl(kp,R1,R2,R1,C1,C2);
    return;
default: goto    loop_b1_4;
}

loop_rc_r:
    locate(1,23);    clrblw();
    printf("R1_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],R1));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto    loop_b1_0;
    if(rcin<=0)    goto    loop_rc_r;
    R1 = rcin;    C2 = 1.0/R1/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);    clrblw();
    goto    loop_b1_0;

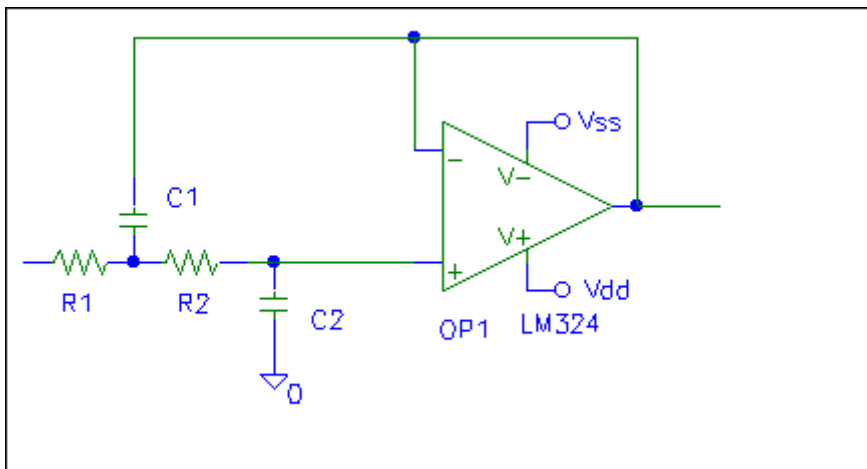
loop_rc_c:
    locate(1,23);    clrblw();
    printf("C2_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],C2));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto    loop_b1_0;
    if(rcin<=0)    goto    loop_rc_c;
    C2 = rcin;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
        locate(1,23);    clrblw();  
        goto    loop_b1_0;  
    }
```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2__2. c i r



l p a t 2__2. c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2}$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR}$$

よって、与えられた正の実数mに対して、kは

$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0$ を満足するはずです。判別式から、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

上記の m に対して、 $k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2}$

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF$$

素子値をE 2 4シリーズに合わせる手順

「手順3」

2次のローパスフィルタ回路形式1 l p a t 2__2. c i r 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 4Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。e r 0 = 0. 0 0 2 5

2 $C_{2m} = C_2$ の仮数部、 $C_{2y} = C_2$ の指数部とする。

$C_{2m} = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_e = 1$; $i_{02} = 0$; $e_r = e_{r0}$

3 $C_2 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$; $C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小のE 2 4シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E_{24} [i_1]$;

$i_{12} = 0$

4 $m = E_{24} [i_1 + i_{12}] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$e_r = e_{r0} * (++i_e)$; $i_{02} = 0$; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 2Q_k + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{4Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0$; $C_{1y} *= 10.0$; 4 に戻る。

6 $R_2 = k * R_1$;

$R_{2m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が e_r より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E_{24} [i_1 + i_{12}] * C_{1y}$

8 C_1 、 C_2 、 R_1 、 R_2 および誤差を表示して、確認を求める。

C_2 を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

R_1 を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$ として 2 に戻る。

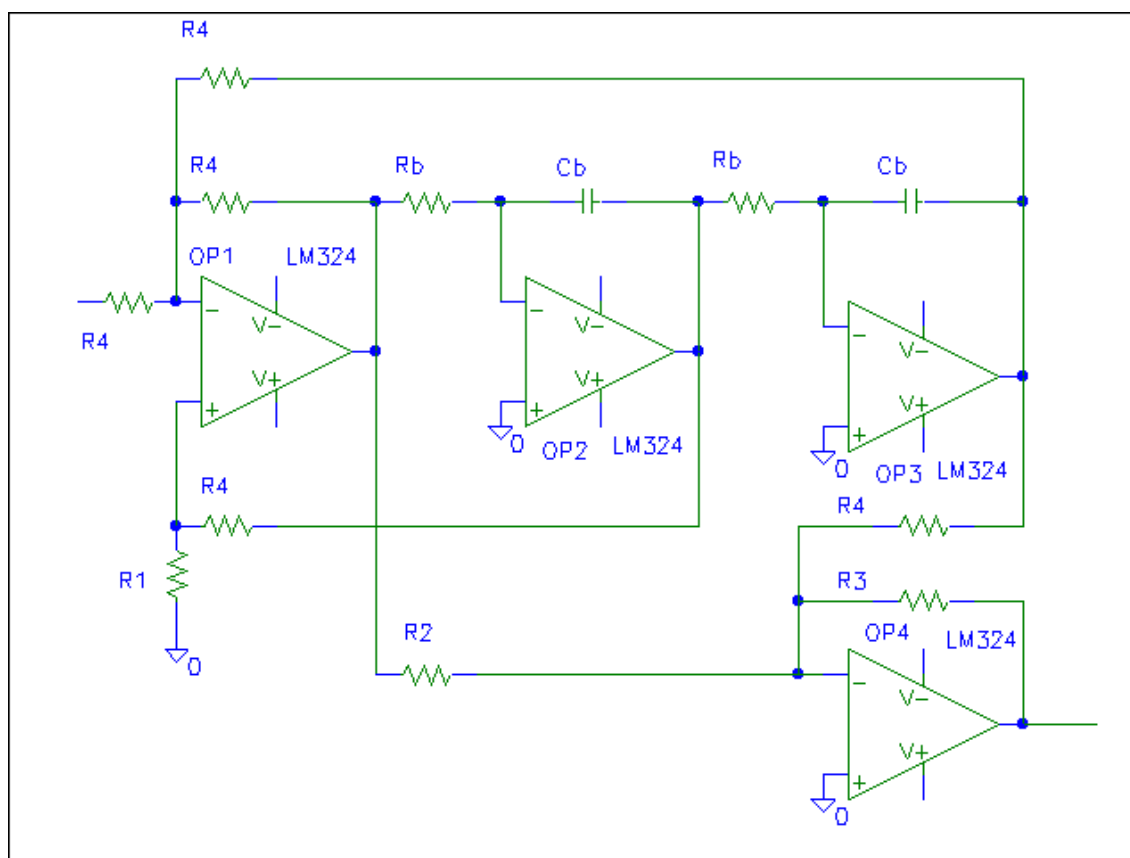
次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

** 「手順2」とは、1 の Q_{k2} 、4 の k の式が異なるだけ。

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir



l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

2つの式の係数を比較して、

$$\frac{R_3}{R_2} = \omega_{ck}^2 r_k^2, \quad \omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2}, \quad 1/r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2, \quad \frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right), \quad R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2}$$

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_3 = R_4$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 4」

2 次のローパスフィルタ回路形式 1 1 p e t 1 _ 2 . c i r 用

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

$$\text{各係数を } \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \text{ と合わせます。}$$

1 与えられた係数から、

$\omega_{ck2} = co[j][1], G = co[j][2], \omega_{b2} = co[j][3]$ を代入する。次に、

$\omega_{ck} = \sqrt{\omega_{ck2}}, Q_k = \omega_{ck}/co[j][0]$ を計算する。

2 $C_b = 0.01 \mu F$; $R_3 = 10 K$; $er0 = 0.0025$

3 $C_{bm} = C_b$ の仮数部、 $C_{by} = C_b$ の指数部とする。

$C_{bm} = E24[i0]$ に最も近い $i0$ を求める。

$i02 = 0$; $ie = 1$; $er = er0$

4 $C_b = E24[i0 + i02] * C_{by}$; $R_b = 1.0 / wck / C_b$

$R_{bm} = R_b$ の仮数部、 $R_{by} = R_b$ の指数部とする。

$R_{bm} = E24[i1]$ に最も近い $i1$ を求め、

R_{bm} の E 2 4 シリーズからの誤差が er 以下ならば 6 に行く。

5 誤差が er より大きい時

$++i02$; $i02 < 24$ なら、4 に戻る。

$i02 = 24$ なら、 $i02 = 0$; $er = er0 * (++ie)$ 4 に戻る

6 C_b , R_b 及び wck からの誤差を表示して確認を求める。

R_b を変更するなら、入力して $C_b = 1.0 / wck / R_b$; 3 に戻る

C_b を変更するなら、入力して 3 に戻る

次の候補を確認するなら、5 に戻る

これで良ければ、7 に行く

7 E 2 4 シリーズの値で近似するなら

$R_b = E24[i1] * R_{by}$; 6 に戻る

E 2 4 シリーズに近似しなければ、8 に行く

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

8 $R_{4m} = R_4$ の仮数部、 $R_{4y} = R_4$ の指数部とする。同様に、 R_1 、 R_2 、 R_3 の仮数部、指数部を R_{1m} 、 R_{2m} 、 R_{3m} 、 R_{1y} 、 R_{2y} 、 R_{3y} とする。

$R_{4m} = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_{02} = 0$; $i_e = 1$; $e_r = e_{r0}$

9 $R_4 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * R_{4y}$; $R_1 = R_4 / (3 * Q_k - 1.0)$;

$R_{1m} = E_{24} [i_1]$ に最も近い i_1 を求める

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、11 に行く

10 誤差が e_r より大きければ、 $++i_{02}$; $i_{02} < 24$ なら 9 に戻る

$i_{02} = 24$ なら、 $i_{02} = 0$; $e_r = e_{r0} * (++i_e)$; 9 に戻る

11 $R_2 = R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e2} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e2}$;

12 $R_{2m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い i_2 を求める

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、15 に行く

13 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e2}$; $i_{e2} < 19$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e2}$; 12 に戻る

14 $i_{e2} = 19$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る。

15 $R_3 = G * R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e3} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e3}$

16 $R_{3m} = E_{24} [i_3]$ に最も近い i_3 を求める。

E_{24} シリーズからの誤差が e_r より小さければ、19 に行く

17 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e3}$; $i_{e3} < 20$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e3}$; 16 に戻る

18 $i_{e3} = 20$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る

19 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 を表示して、確認を求める。

R_1 を変更するなら、入力して、 $R_4 = (3 * Q_k - 1.0) * R_1$

8 に戻る。

R_2 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_2 * w_{ck2} / w_{b2}$

8 に戻る。

R_3 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_3 * w_{ck2} / w_{b2} / G$

8 に戻る。

R_4 を変更するなら、入力して、8 に戻る。

次の候補を確認するなら、10 に戻る

これで良ければ、20 に行く

20 E_{24} シリーズの値に近似するなら

$R_1 = E_{24} [i_1] * R_{1y}$; $R_2 = E_{24} [i_2] * R_{2y}$;

$R_3 = E_{24} [i_3] * R_{3y}$; 15 に戻る

21 E_{24} シリーズの値に近似しなければ、完了

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

$$\text{各係数を } \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \text{ と合わせます。}$$

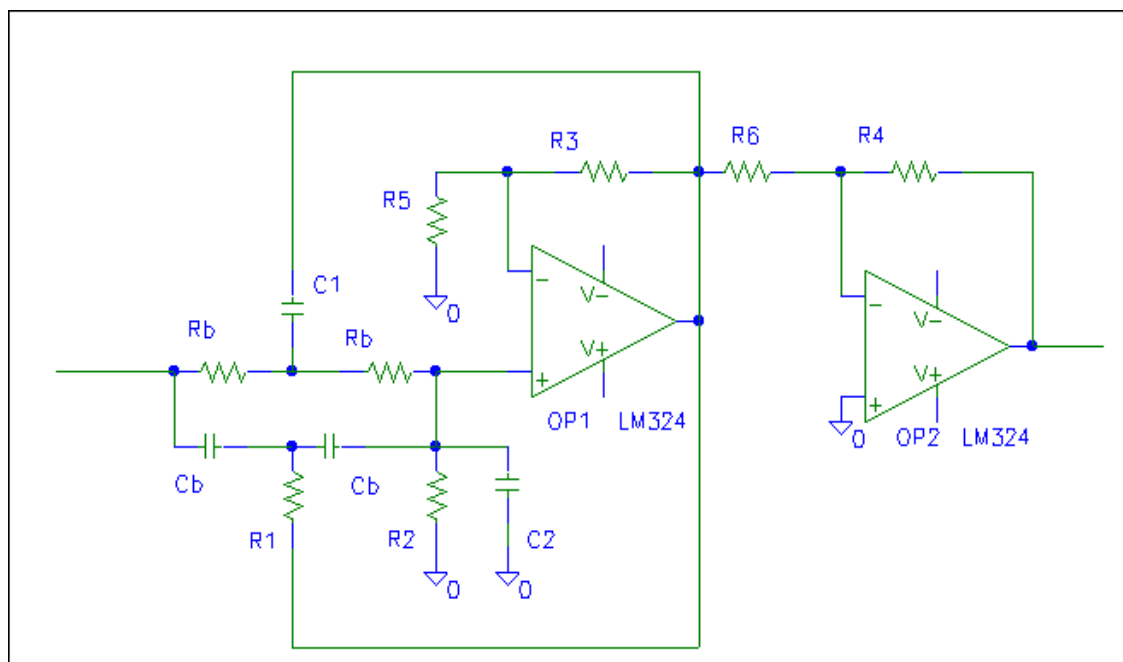
「手順4」がそのまま使用可能です。co[j][2] をフィルタの次数が偶数か奇数かによって正しく計算しておきます。

$$co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[m/2]{C_H}} (m = \text{even}), \quad co[j][2] = \frac{1}{\sqrt[(m-1)/2]{C_H \sigma}} (m = \text{odd})$$

$$co[j][0] = p_v, \quad co[j][1] = q_v, \quad co[j][3] = (x_v \omega_p)^2$$

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)}s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

各係数を $\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}}$ と合わせます。

MCAC T 2 で使用している基本フィルタ回路

1 次のローパスフィルタ基本回路

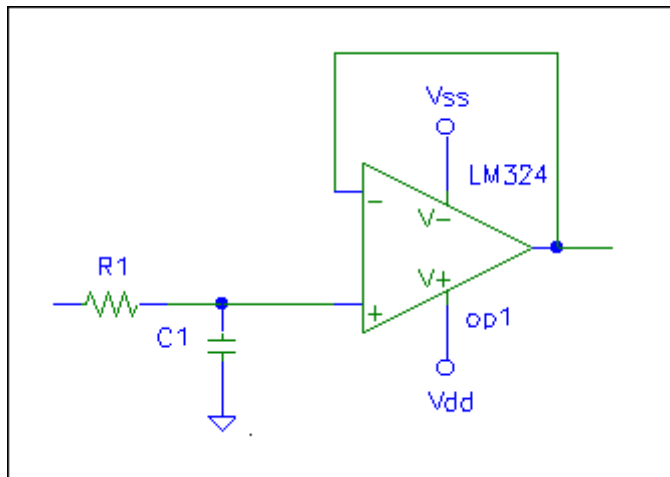


図 2 - 1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_1.cir

lp1_1.cir の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2 - 1)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路

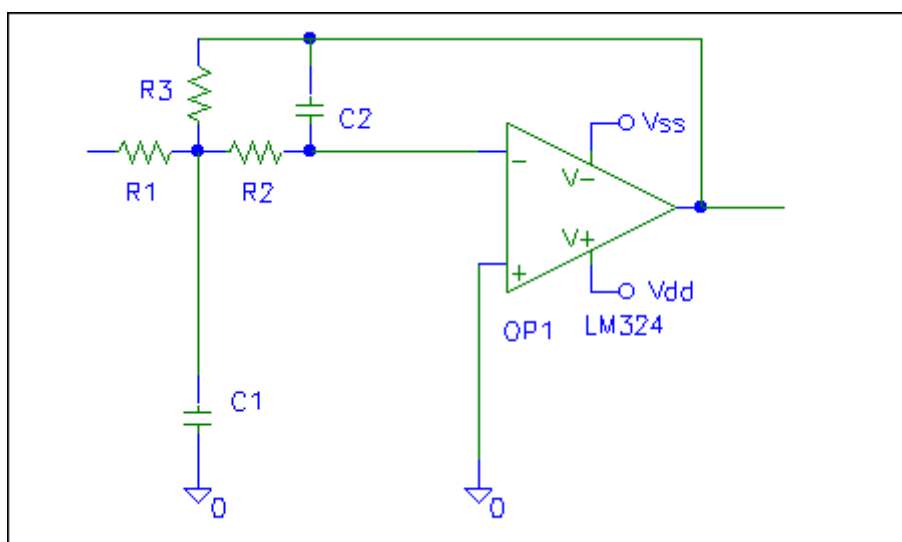


図 2 - 3 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP 1

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

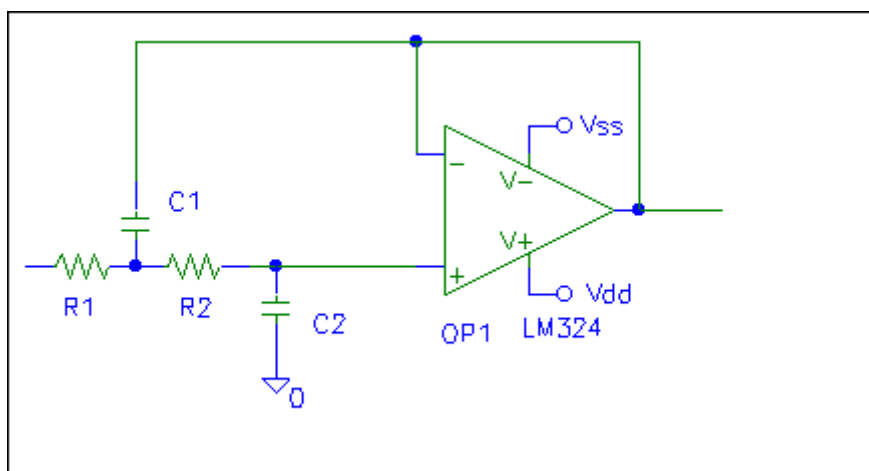


図 2－4 2次のローパスフィルタ基本回路 LP 2

LP 1 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

LP 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

アクティブフィルタの設計と合成
 アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

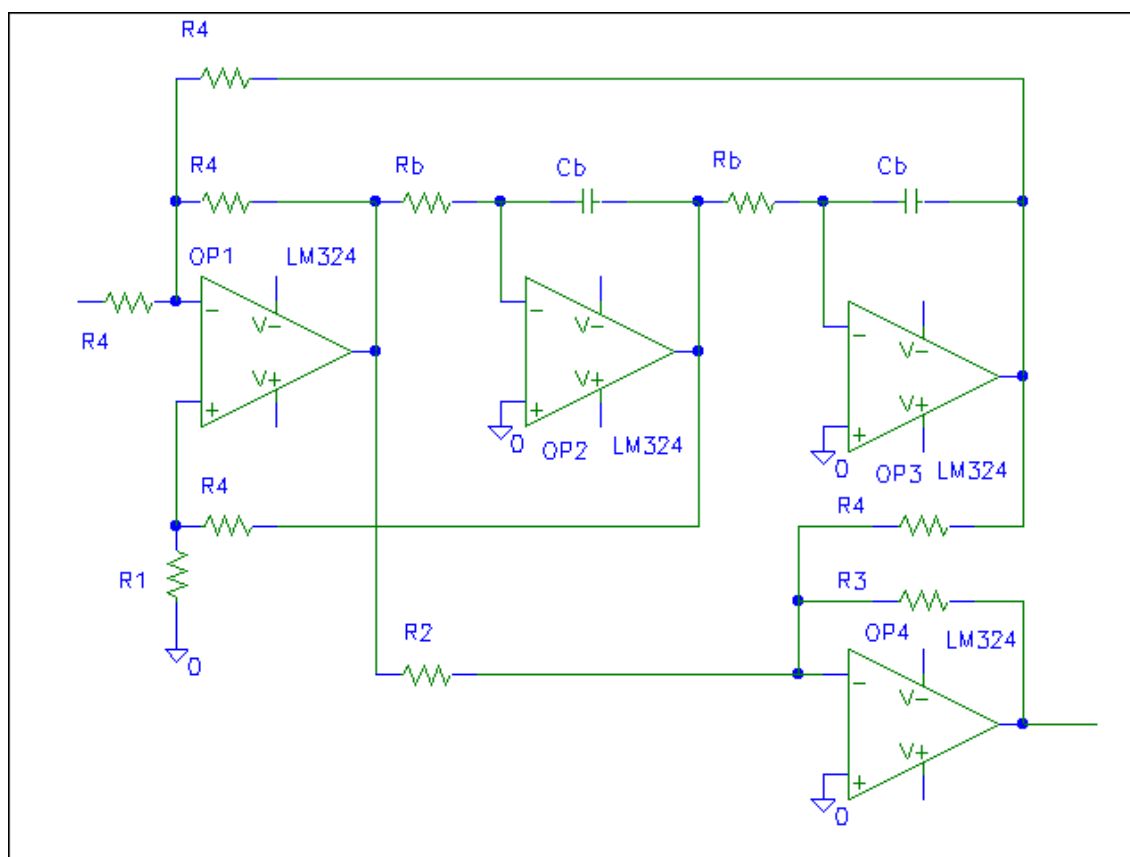


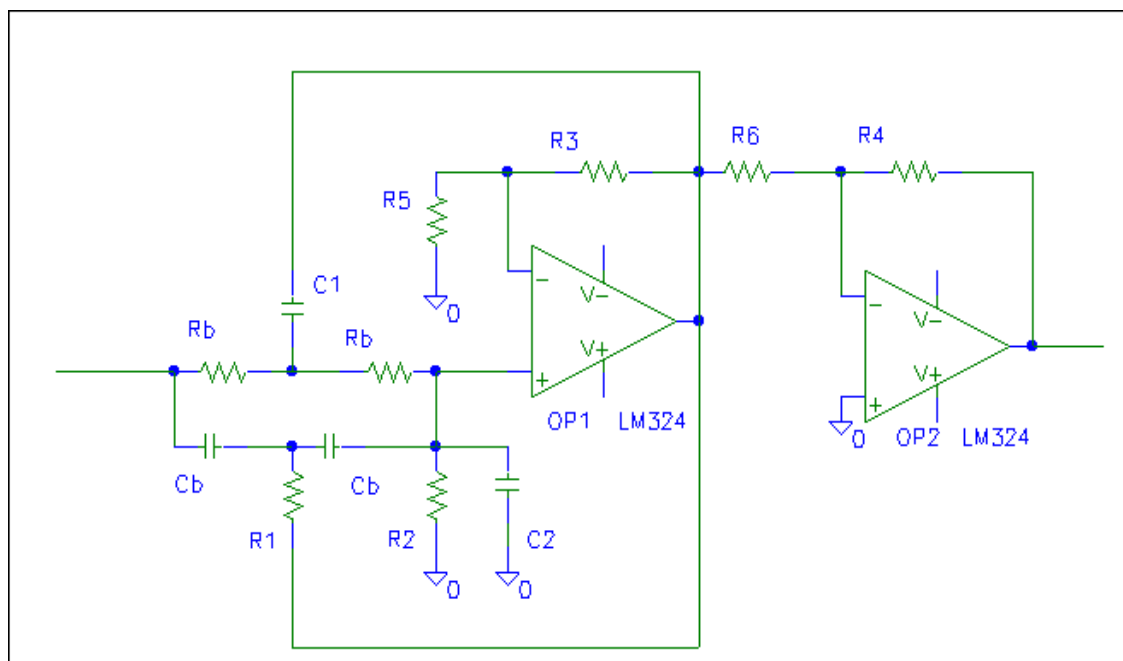
図 2－5 2次のローパスフィルタ基本回路 LP3，HP3，BP3，BE1
 ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも同じ回路を使用する

LP3，HP3，BP3，BE1の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）



$$R1=Rb/2, C1=2Cb, R2=2Rb/kr, C2=kdCb/2, R3=(kk-1)R5$$

図 2-6 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP 4, HP 4, BP 4, BE 2
ハイパス、バンドパス、BE フィルタでも同じ回路を使用する

LP 4, HP 4, BP 4, BE 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

1 次のハイパスフィルタ基本回路

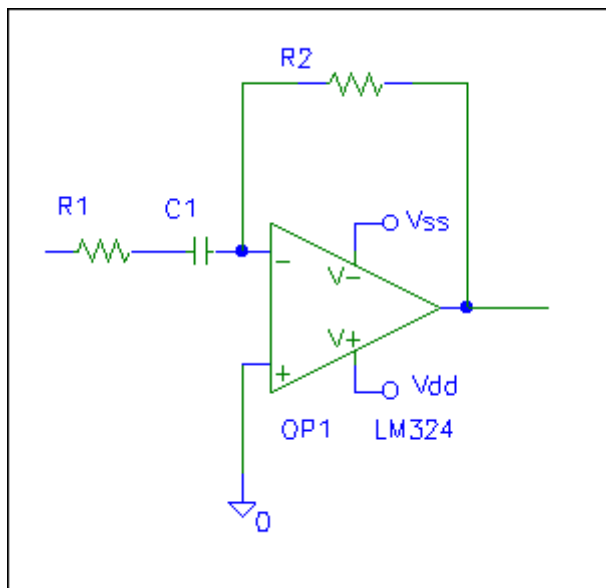


図 4－1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 1 hp1_1.cir

hp1_1.cir の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

2次のハイパスフィルタ基本回路

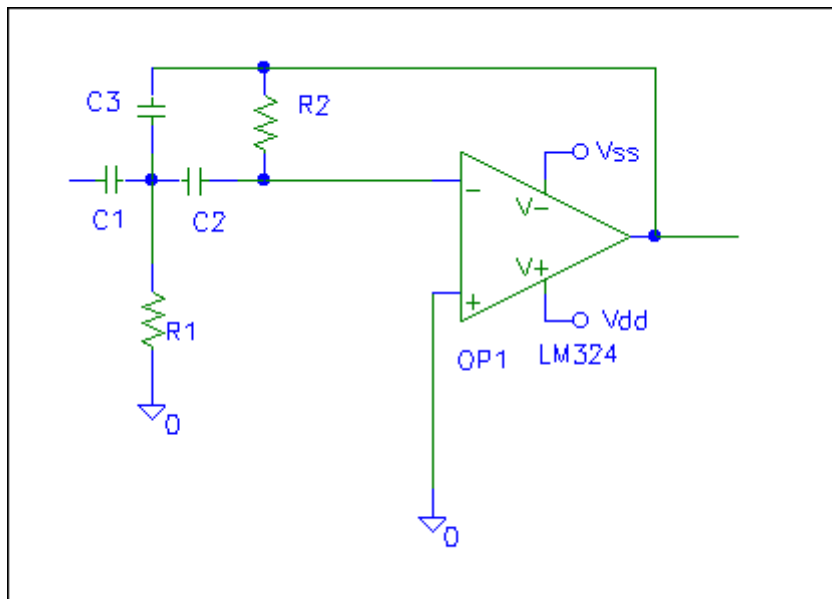


図4-2 2次のハイパスフィルタ基本回路 HP 1

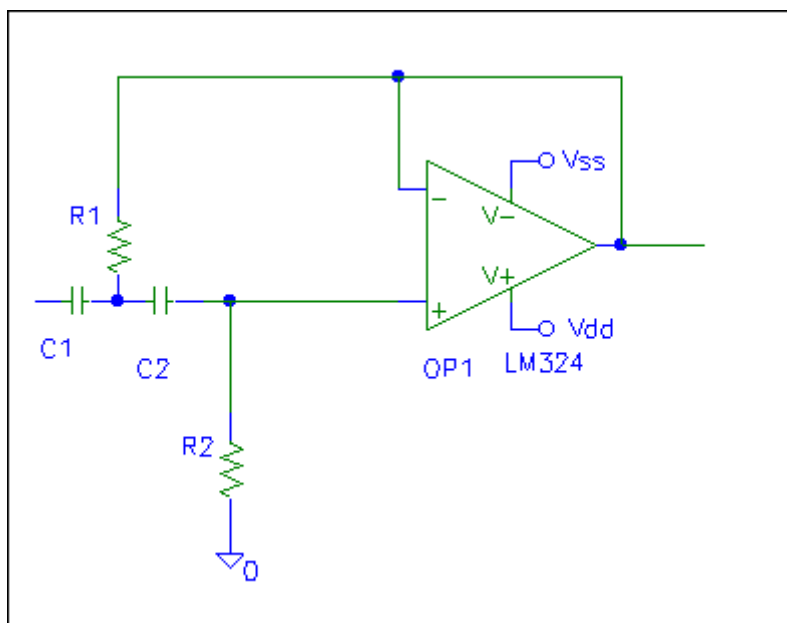


図4-3 2次のハイパスフィルタ基本回路 HP 2

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

HP 1 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

HP 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

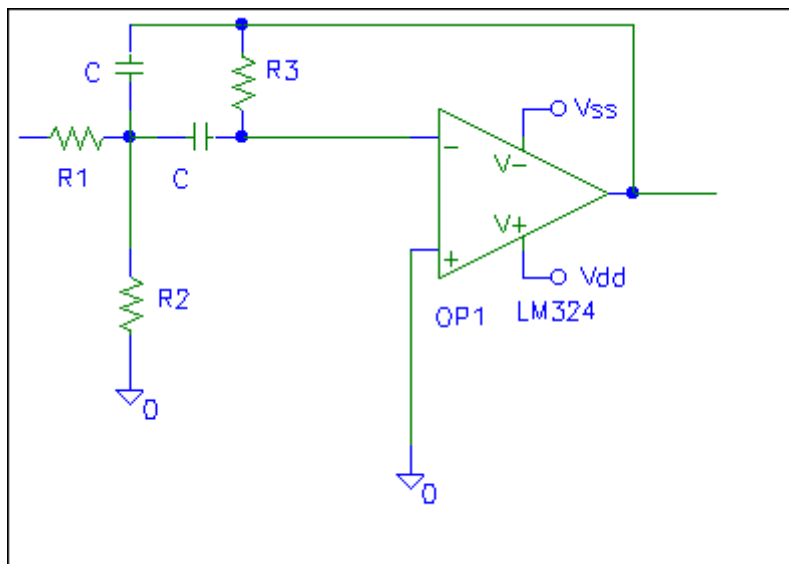


図 6-1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 1 B P 1

B P 1 の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3} s}{s^2 + \frac{2}{CR_3} s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}} \quad (6-1)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
 アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

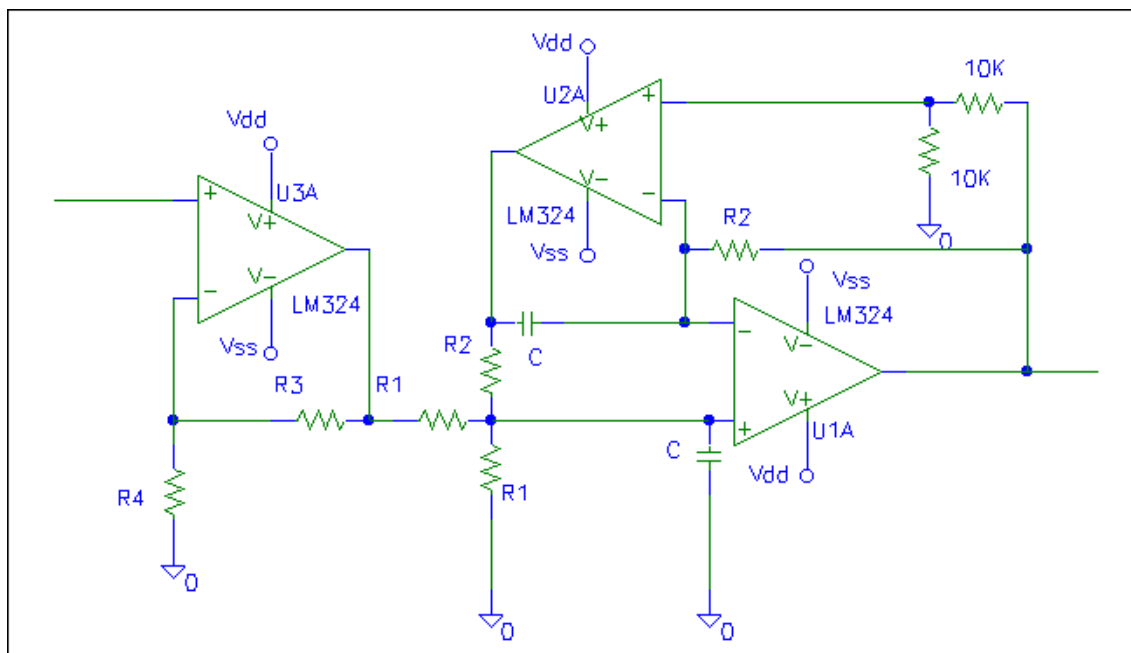


図 6 - 2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 2

B P 2 の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6 - 2)$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

MCACCT 2 における E 2 4 近似ルーチンの例

```
/* *****
関数名：lp_hp_1(Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能：w で与えられる周波数に対応する 1 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
      最も近い値に近似する
      得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
      fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
void    Cir::lp_hp_1(Filt_param  &px, Trans    &tx)
{
double  w;
        w = tx.Pr[0];
        C1 = 1e-8;
lp_hp_1_ag:
        getcl(C1, C1y, i0);
        ie0 = 1; i2 = 0;
lp_hp_1_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lp_hp_1_loop:
        C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
        R1 = 1.0 / C1 / w;
        if((err1 = getcl(R1, R1y, i1)) <= err)        goto    lp_hp_1_exit;
lp_hp_1_next:
        if(++i2 < 24)        goto    lp_hp_1_loop;
        ie0++; i2 = 0;        goto    lp_hp_1_loop_e;
lp_hp_1_exit:
        switch(lphp1_disp(w, px, tx)){
                case    1:goto    lp_hp_1_ag;
                case    2:goto    lp_hp_1_next;
                case    3:goto    lp_hp_1_exit;
                default:break;
        }
}
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
/* *****
関数名：lphp1_disp(double      &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能：lp_hp_10 で計算された定数の値を表示して，R1または C1 を変更するか
他の候補を探すか，E24 シリ-ズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
完了の場合には，得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int  Cir::lphp1_disp(double      &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
int  mode, y, y1;
y = wherey0;   locate(1,y);   clrblw0;
printf(" 1 次のフィルタ回路¥n");
if(px.fil_type == 1)
    printf("%2d  R1_1 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
           1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
else
    printf("%2d R1_1 = R1_2 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
           1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
y1 = wherey0;
printf("R1_1 を変更するなら R, C1_1 なら C, 他の候補を見るなら N¥n");
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case  'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
           C1 = 1.0 / R1 / w; mode = 1;          break;
    case  'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
           mode = 1;          break;
    case  'n':mode = 2;       break;
    case  'e':R1 = e24[i1] * R1y;   mode = 3;      break;
    case  'g':
    default: mode = 4;          break;
}
}
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

        if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
        locate(1,y1);    clrblw();
        if(px.fil_type == 1){tx.Pr[0] = tx.Pr[2] = 1./C1/R1;}
        else    {tx.Pr[0] = 1./C1/R1;    tx.Pr[1] = 1.;}
        printf("¥n");
        fprintf(fdat," 1 次のフィルタ回路¥n");
        if(px.fil_type == 1)
            fprintf(fdat,"%2d R1_1 = %-9s   C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
                1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
        else
            fprintf(fdat,"%2d R1_1=R1_2=%-9s   C1_1=%-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
                1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
        if(out_mode == 2){
            search_wrt(1,"R1_%-d",R1);    search_wrt(1,"C1_%-d",C1);
            if(px.fil_type == 2)    search_wrt(1,"R2_%-d",R1);
        }
        return(mode);
    }
/*
    *****
    関数名 : cal_lpat_k(int    i, double &Qk2, double    m, double &k)
    機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
            m, Qk2 における, 2 つの抵抗の比  $k = R2/R1$  を求める

            2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
            K, Qk2 における, 2 つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  を求めるには
            引き数を与える時に, m と k の順番を入れ替えればよい
    *****
*/
void    Cir::cal_lpat_k(int        i, double&Qk2, double    m, double        &k)
{
    if(i == 1)k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) / Qk2;
    else    k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) * 2. / Qk2;
}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
/* *****
関数名：cal_lpat_Qk2(int i, double &Q,double &Qk2)
機能：2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        2 つのキャパシタの比  $m = C1/C2$  の最小値 Qk2 を求める

        2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        2 つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  の最小値 Qk2 を求める時も
        このまま使用出来る
*****
*/
void Cir::cal_lpat_Qk2(int i, double&Q,double &Qk2)
{
    if(i == 1)Qk2 = 8. * pow(Q, 2.);
    else Qk2 = 4. * pow(Q, 2.);
}
/* *****
関数名：Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能：2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
void Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    double w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]); Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    C1 = 1e-8;
lpat_ag:
    getcl(C1, C1y, i0); ie0 = 1; i2 = 0;
lpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
lpat_loop1:
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
m = Qk2;          C2 = C1 / m;
getcl(C2, C2y, i1);      i1 += 24; i3 = 0;  C2y /= 10.;
lpat_loop2:
C2 = e24[i1 - i3] * C2y;
m = C1 / C2;
if(m < Qk2){
    if(++i3 == 24) {C2y /= 10.;      i3 = 0;}
    goto    lpat_loop2;
}
if(m > 100. * Qk2){
    if(++i2 < 24)    goto    lpat_loop1;
    ie0++;  i2 = 0;  goto    lpat_loop_e;
}
cal_lpat_k(i, Qk2, m, k);
R1 = 1. / C2 / w / sqrt(m * k);
if((err1 = getcl(R1, R1y, i4)) <= err) goto    lpat_loop4;
lpat_loop3:
if(++i3 == 24){i3 = 0;      C2y /= 10.0;}
goto    lpat_loop2;
lpat_loop4:
R2 = k * R1;
if((err2 = getcl(R2, R2y, i5)) > err) goto    lpat_loop3;
lpat_exit:
switch(lpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)){
    case 1:goto    lpat_ag;
    case 2:goto    lpat_loop3;
    case 3:goto    lpat_exit;
    default:break;
}
}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

/* *****
関数名：lpat_disp(int    i, int    j, double&w, double    &m,
                  double  &k, Filt_param  &px, Trans    &tx)
機能：lpat0 で計算された定数の値を表示して，R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか，E24 シリ-ズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
完了の場合には，得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
*****
*/
int  Cir::lpat_disp(inti, int    j, double&w, double    &m,
                   double  &k, Filt_param  &px, Trans    &tx)
{
int  ord;
int  mode, y, y1;
ord = j + 1 + tx.odd;
y = wherey0;    if(y > 20)    {clr0;    y = wherey0;}
locate(1,y);    clrblw0;
printf("%2d  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s¥n",
       ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    printf("    R1_%-d=R3_%-d=%-9s    R2_%-d  =  %-9s    誤 差
= %.4lf %¥n",
          ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
          sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }    else    {
    printf("    R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %¥n",
          ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
          sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
       ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                C1 = m / R1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;          break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);          mode = 1;
                break;
    case 'n':mode = 2;          break;
    case 'e':R1 = e24[i4] * R1y;
                R2 = e24[i5] * R2y;
                mode = 3;          break;
    case 'g':
    default: mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);          clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
if(i == 1){
    tx.Sc[j][0] = (R1 + 2.*R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
} else {
    tx.Sc[j][0] = (R1 + R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
}
printf("¥n");
fprintf(fdat,"%2d  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    fprintf(fdat,
            "          R1_%-d=R3_%-d=%-9s          R2_%-d=%-9s          誤 差
= %.4lf %%¥n",

            ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
} else {
    fprintf(fdat,"  R1_%-d=%-9s  R2_%-d = %-9s          誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
}

```

```

        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
            if(i == 1)search_wrt(ord,"R3_%-d",R1);
            search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
        }
        return(mode);
    }
}
/* *****
関数名：Cir::hpat(int    i, int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能： 2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて，必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
void    Cir::hpat(int    i, int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
    double    w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]);    Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    R1 = 1e3;
hpat_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);    ie0 = 1; i2 = 0;
hpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
hpat_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    k = Qk2; R2 = k * R1;
    R2 = getg(R2, R2y, i1);    i3 = 0;
hpat_loop2:
    R2 = e24[i1 + i3] * R2y;
    k = R2 / R1;
    if(k > 100. * Qk2){
        if(++i2 < 24)    goto    hpat_loop1;
    }
}

```

```

        ie0++; i2 = 0; goto hpat_loop_e;
    }
    cal_lpat_k(i, Qk2, k, m);
    C2 = 1. / R1 / w / sqrt(m * k);
    if((err1 = getcl(C2, C2y, i4)) <= err) goto hpat_loop4;
hpat_loop3:
    if(++i3 >= 24){i3 = 0; R2y *= 10.0;}
    goto hpat_loop2;
hpat_loop4:
    C1 = m * C2;
    if((err2 = getcl(C1, C1y, i5)) > err) goto hpat_loop3;
hpat_exit:
    switch(hpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)){
        case 1:goto hpat_ag;
        case 2:goto hpat_loop3;
        case 3:goto hpat_exit;
        default:break;
    }
}
/* *****
関数名 : hpat_disp(int i, int j, double&w, double &m,
                  double &k, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : hpat() で計算された定数の値を表示して, R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
*****
*/
int Cir::hpat_disp(int i, int j, double&w, double &m,
                  double &k, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    ord = j + 1 + tx.odd;

```


アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

y = wherey0;    if(y > 20)        {clr0;    y = wherey0;}
locate(1,y);    clrblw0;
printf("%2d  R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2));
if(i == 1){
    printf("      C1_%-d=C3_%-d=%-9s      C2_%-d=%-9s      誤 差
= %.4lf %%¥n",

        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}    else    {
    printf("  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;        break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,28,1,0.0);
                R1 = m / C1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;        break;
    case 'n':mode = 2;        break;
    case 'e':C1 = e24[i5] * C1y;
                C2 = e24[i4] * C2y;
                mode = 3;        break;
    case 'g':
    default: mode = 4;        break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw0; return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw0;
if(i == 1){
    tx.Sc[j][0] = (C2 + 2.*C1)/C1/C2/R2;        tx.Sc[j][3] = 1.0;

```

（２） パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

        tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;
    }
    else {
        tx.Sc[j][0] = (C2 + C1)/C1/C2/R2;  tx.Sc[j][3] = 1.0;
        tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;
    }
    printf("¥n");
    fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2));
    if(i == 1){
        fprintf(fdat,
            "          C1_%-d=C3_%-d=%-9s          C2_%-d=%-9s          誤 差
= %.4lf %%¥n",
            ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
    else {
        fprintf(fdat,"  C1_%-d=%-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
        search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
        if(i == 1)search_wrt(ord,"C3_%-d",C1);
    }
    return(mode);
}

/* *****

関数名 : lpet1_RbCb(int j, doublew, Filt_param &px)
機能 : lpet1
w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
フィルタ回路の Rb と Cb の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
最も近い値に近似する
*****

*/

void Cir::lpet1_RbCb(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{

```

```

        Cb = 1e-8;
lpet1_RbCb_ag:
        getcl(Cb, Cby, i0);
        ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_RbCb_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_RbCb_loop:
        Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
        Rb = 1.0 / Cb / w;
        if((err1 = getcl(Rb, Rby, i1)) <= err)          goto    lpet1_RbCb_exit;
lpet1_RbCb_next:
        if((++i2) < 24)    goto    lpet1_RbCb_loop;
        ie0++; i2 = 0;    goto    lpet1_RbCb_loop_e;
lpet1_RbCb_exit:
        switch(lpet1_RbCb_disp(j, w, px, tx)){
                case 1:goto    lpet1_RbCb_ag;
                case 2:goto    lpet1_RbCb_next;
                case 3:goto    lpet1_RbCb_exit;
                default:break;
        }
}
/* *****
関数名 : lpet1_RbCb_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet1_RbCb0 で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了
      とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として
      返す
***** */
*/
int    Cir::lpet1_RbCb_disp(int j,double &w, Filt_param &px,      Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
        if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;
        else    ord = j + 1;
        y = wherey0;    if(y > 20){clr0;    y = wherey0;}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

locate(1,y);      clrblw();
printf("%2d  Rb_%-d = %-9s  Cb_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("Rb_%-d を変更するなら R, Cb%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case  'r':px.inp_para(&Rb,29,1,0.0);
                Cb = 1.0 / Rb / w; mode = 1;          break;
    case  'c':px.inp_para(&Cb,30,1,0.0);
                mode = 1;          break;
    case  'n':mode = 2;          break;
    case  'e':Rb = e24[i1] * Rby;    mode = 3;          break;
    case  'g':
    default: mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);      clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  Rb_%-d = %-9s  Cb_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"Rb_%-d",Rb);    search_wrt(ord,"Cb_%-d",Cb);
}
return(mode);
}
/*
*****
関数名 : Cir::lpet1(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : 2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet1_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

int    Cir::lpet1(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
double  w, Q, k1, k2, k3;
int     l;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]);    Q = w / tx.Sc[j][0];
    if(Q <= 1./3.)    {
        fprintf(fdat,"lpet1 で 変換不能, j = %d¥n",j);
        return(1);
    }
    lpet1_RbCb(j, w, px, tx);
    k1 = 1. / (3.*Q - 1.);    k2 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1] / tx.Sc[j][2];
    k3 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1];
    R1 = 1e3;
lpet1_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    R4 = R1 / k1;
    if((err1 = getcl(R4, R4y, i1)) > err) goto    lpet1_loop2;
    R2 = k2 * R4;
    if((err2 = getcl(R2, R2y, i3)) > err) goto    lpet1_loop2;
    R3 = k3 * R4;
    if((err3 = getcl(R3, R3y,i4)) <= err) goto    lpet1_exit;
lpet1_loop2:
    if(++i2 >= 24){ie0++;    i2 = 0; goto    lpet1_loop_e;}
    goto    lpet1_loop1;
lpet1_exit:
    switch(lpet1_disp(j, px, tx)){
        case    1:goto    lpet1_ag;
        case    2:goto    lpet1_loop2;
        case    3:goto    lpet1_exit;
        default:break;
    }
    return(0);

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

}

/* *****
関数名：lpet1_disp(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能：lpet10 で計算された定数の値を表示して，R4 を変更するか
他の候補を探すか，E24 シリ-ズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
完了の場合には，得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
int Cir::lpet1_disp(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int ord;
int mode, y, y1;
if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
else ord = j + 1;
y = wherey0; if(y > 20){clr0; y = wherey0;}
locate(1,y); clrblw0;
printf("%2d R1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s R4_%-d = %-9s 誤
差 = %.4lf %%¥n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N¥n",ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
mode = 1; break;
case 'n':mode = 2; break;
case 'e':R4 = e24[i1] * R4y;
R2 = e24[i3] * R2y;
R3 = e24[i4] * R3y;
mode = 3; break;
case 'g':

```

```

        default: mode = 4;          break;
    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    tx.Sc[j][0] = 3.*R1/(R1 + R4)/Cb/Rb;
    tx.Sc[j][1] = pow(Cb * Rb, -2.);
    tx.Sc[j][2] = R3 / R2;          tx.Sc[j][4] = R3 / R4 * tx.Sc[j][1];
    printf("¥n");
    fprintf(fdat,"%2d  R1_¥d = ¥-9s R2_¥d = ¥-9s R3_¥d = ¥-9s R4_¥d = ¥-
9s  誤差 = ¥.4lf ¥¥¥n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
    ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R1_¥d",R1);    search_wrt(ord,"R2_¥d",R2);
        search_wrt(ord,"R3_¥d",R3);    search_wrt(ord,"R4_¥d",R4);
    }
    return(mode);
}
/* *****
関数名：Cir::lpet2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能：2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int    Cir::lpet2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
double    lpG, wz2, wp2, wz, wp, lpQ, kk, kd, kr;
    lpG = tx.Sc[j][2];
    wz2 = tx.Sc[j][4] / lpG;
    wp2 = tx.Sc[j][1];
    lpQ = sqrt(wp2) / tx.Sc[j][0];
    if(lpQ <= 0.5)    {
        fprintf(fdat,"lpet2 で 変換不能, j = ¥d¥n",j);
    }
}

```

```

        return(1);
    }
    lpet2_c1(j, sqrt(wz2), px, tx);
    if(wz2 >= wp2)    lpet2_L(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    else    lpet2_H(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    lpet2_c2(j, kk, kd, lpG, px, tx);
    kk = R3 / R5 + 1.;    kd = 2.* C2 / Cb; kr = 2.* Rb / R2;
    wz = 1./ Cb / Rb; wz2 = wz * wz;
    tx.Sc[j][0] = (kd + kr + 4. - 4.* kk) * wz / (1. + kd);
    tx.Sc[j][1] = (1.+ kr) / (1.+ kd) * wz2;
    tx.Sc[j][2] = kk * R4 / (1.+ kd) / R6;
    tx.Sc[j][4] = tx.Sc[j][2] * wz2;
    return(0);
}
/* *****
関数名 : lpet2_c1(int    j, doublew, Filt_param    &px)
機能 : w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の Rb と Cb , R1, C1 の定数を求めて,
      必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
***** */
*/
void    Cir::lpet2_c1(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    y, y1;
    Cb = 1e-8;
lpet2_c1_ag:
    getcl(Cb, Cby, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c1_loop1:
    Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
    Rb = 1. / Cb / w;
    err1 = getcl(Rb, Rby, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)    goto    lpet2_c1_loop2;
lpet2_c1_loop4:
    if((i2++) >= 24)    {ie0++; i2 = 0;}
    goto    lpet2_c1_loop1;

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
lpet2_c1_loop2:
    C1 = 2.* Cb;    ie1 = 10;
    err2 = getcl(C1, C1y, i3);
lpet2_c1_loop3:
    if(err2 <= 0.002 * (double)ie1)    goto    lpet2_c1_loop5;
    ie1 += 5;
    if(ie1 < 21)    goto    lpet2_c1_loop3;
    goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_loop5:
    R1 = Rb / 2.;    ie2 = 10;
    err3 = getcl(R1, R1y, i4);
lpet2_c1_loop6:
    if(err3 <= 0.002 * (double)ie2)    goto    lpet2_c1_exit;
    ie2 += 5;
    if(ie2 < 21)    goto    lpet2_c1_loop6;
    goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_exit:
    switch(lpet2_c1_disp(j, w, px, tx)){
        case    1:goto    lpet2_c1_ag;
        case    2:goto    lpet2_c1_loop4;
        case    3:goto    lpet2_c1_exit;
        default:break;
    }
}
/* *****
関数名 : lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c1() で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で
      完了とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値
      として返す
*****
*/
int    Cir::lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    ord;
    int    mode, y, y1;
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else      ord = j + 1;
    y = wherey();    if(y > 20){clr();    y = wherey();}
    locate(1,y);      clrblw();
    printf("%2d  Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s  誤
差 = %.4lf %%%n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
    ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
    sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("Rb_%-d を変更するなら R, Cb_%-d なら C, 他の候補を見るなら N%%n",
        ord,ord);
    printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case  'r':px.inp_para(&Rb,29,1,0.0);
                    Cb = 1.0 / Rb / w; mode = 1;          break;
        case  'c':px.inp_para(&Cb,30,1,0.0);
                    mode = 1;          break;
        case  'n':mode = 2;          break;
        case  'e':Rb = e24[i1] * Rby;    mode = 3;
                    C1 = e24[i3] * C1y;    R1 = e24[i4] * R1y;
                    break;
        case  'g':
        default: mode = 4;          break;
    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);      clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    fprintf(fdat,"%2d  Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-
9s  誤差 = %.4lf %%%n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
    ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
    sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"Rb_%-d",Rb);    search_wrt(ord,"Cb_%-d",Cb);
        search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
    }
    return(mode);

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
}

/* *****
関数名 : Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                    double &kk, double &kd, Filt_param &px)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが 2 次のロ-パス回路の場合
      フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
      最も近い値に近似する
***** */

void Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                  double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double wp, wz, kda, kdb, kr, C2yorg;
wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
kda = wz2 / wp2 - 1.;
kdb = (Q*(wz2 - wp2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);
if(wz2 == wp2) kdmin = 1./(2.*Q - 1.);
else kdmin = ((kda > kdb) ? kda:kdb);
C2 = kdmin * Cb / 2.;

lpet2_L_ag:
getcl(C2, C2y, i0); ie0 = 1; i2 = 0; C2yorg = C2y;
lpet2_L_loope:
err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_L_loop1:
C2 = e24[i0 + i2] * C2y;
if((kd = 2.*C2 / Cb) > kdmin) goto lpet2_L_loop2;
lpet2_L_loop3:
if(++i2 >= 24){
C2y *= 10.; i2 = 0;
if(C2y > 100.*C2yorg) {C2y = C2yorg; ie0++; goto
lpet2_L_loope;}
}
goto lpet2_L_loop1;
lpet2_L_loop2:
kr = wp2 * (1. + kd) / wz2 - 1.;
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

R2 = 2.*Rb / kr;
if((err1 = getcl(R2, R2y, i1)) > err) goto    lpet2_L_loop3;
lpet2_L_exit:
switch(lpet2_L_disp(j, wp2, wz2, px, tx)){
    case    1:goto    lpet2_L_ag;
    case    2:goto    lpet2_L_loop3;
    case    3:goto    lpet2_L_exit;
    default:break;
}
kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}
/*
*****
関数名 : lpet2_L_disp(int j, doublewp2, double    wz2,
                    Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : lpet2_L0 で計算された定数の値を表示して, R2 を変更するか, C2 か
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****
*/
int    Cir::lpet2_L_disp(int j, double wp2, double wz2,
                        Filt_param &px,Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;
else    ord = j + 1;
y = wherey();    if(y > 20){clr();    y = wherey();}
locate(1,y);    clrblw();
printf("%2d    R2_%-d = %-9s    C2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%%n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N%%n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){

```

```

        case 'r':px.inp_para(&R2,32,1,0.0);
                        C2 = Cb * (wz2*(1+2.*Rb/R2)/wp2 - 1.0) / 2.;
                        mode = 1;          break;
        case 'c':printf("C2 は %-9s 以上の値になります¥n",
                        i_unit(su[0],kadmin * Cb / 2.));
                        px.inp_para(&C2,28,1,0.0);
                        mode = 1;          break;
        case 'n':mode = 2;          break;
        case 'e':R2 = e24[i1] * R2y;          mode = 3;          break;
        case 'g':
        default: mode = 4;          break;
    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);          clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);          clrblw();
    fprintf(fdat,"%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);          search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
    }
    return(mode);
}
/* *****
関数名 : Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                    double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが2次のハイパス回路の場合
        フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
***** */
void Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                    double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    double wp, wz, kra, krb, kr, R2yorg;
    wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
    kra = wp2 / wz2 - 1.;
    krb = (Q*(wp2 - wz2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);

```

```

        krmin = ((kra > krb) ? kra:krb);
        R2 = 2.* Rb / krmin;
lpet2_H_ag:
        getcl(R2 / 10., R2y, i0);
        i2 = 24; ie0 = 1; R2yorg = R2y;
lpet2_H_loope:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_H_loop1:
        R2 = e24[i0 + i2] * R2y;
        if((kr = 2.* Rb / R2) > krmin)      goto    lpet2_H_loop2;
lpet2_H_loop3:
        if(--i2 == 0)    {
                R2y /= 10.;      i2 = 24;
                if(R2y < R2yorg/100.)    {ie0++; R2y = R2yorg; goto
lpet2_H_loope;}
        }
        goto    lpet2_H_loop1;
lpet2_H_loop2:
        kd = wz2 * (1. + kr) / wp2 - 1.;
        C2 = kd * Cb / 2.;
        if((err1 = getcl(C2, C2y, i1)) > err) goto    lpet2_H_loop3;
lpet2_H_exit:
        switch(lpet2_H_disp(j, wp2, wz2, px, tx)){
                case    1:goto    lpet2_H_ag;
                case    2:goto    lpet2_H_loop3;
                case    3:goto    lpet2_H_exit;
                default:break;
        }
        kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

/* *****
関数名：lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能：lpet2_H0 で計算された定数の値を表示して，R2 を変更するか，C2 か
他の候補を探すか，E24 シリ-ズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
*****
*/
int Cir::lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey0;    if(y > 20){clr0; y = wherey0;}
    locate(1,y);    clrblw0;
    printf("%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    y1 = wherey0;
    printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':printf("R2 は %-9s 以下になります¥n",
                        i_unit(su[0],2.* Rb / krmin));
                px.inp_para(&R2,32,1,0.0);
                mode = 1; break;
        case 'c':px.inp_para(&C2,28,1,0.0);
                R2 = 2.* Rb / (wp2*(1+2.* C2/Cb)/wz2 - 1.0);
                mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':C2 = e24[i1] * C2y; mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
}

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    fprintf(fdout,"%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%%¥n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
    }
    return(mode);
}
/*
*****
関数名 : lpet2_c2(int      j, doublekk, double      kd,
                  double  G, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能 : w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の R3 と R4 , R5, R6 の定数を求めて,
      必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
*****
*/
void  Cir::lpet2_c2(int j, doublekk, double      kd,
                    double  G, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
    R5 = 1e4;
lpet2_c2_ag:
    getcl(R5, R5y, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c2_loop1:
    R5 = e24[i0 + i2] * R5y;
    R3 = (kk - 1) * R5;
    err1 = getcl(R3, R3y, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)    goto    lpet2_c2_loop2;
lpet2_c2_loop3:
    if(++i2 == 24)  {ie0++; i2 = 0;}
    goto    lpet2_c2_loop1;
lpet2_c2_loop2:
    switch(lpet2_c2_disp1(j, kk, px, tx)){
        case    1:goto    lpet2_c2_ag;

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する


```

        case    2:goto    lpet2_c2_loop3;
        case    3:goto    lpet2_c2_loop2;
        default:break;
    }
    R6 = 1e4;
lpet2_c2_ag2:
    getcl(R6, R6y, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c2_loop4:
    R6 = e24[i0 + i2] * R6y;
    R4 = (1. + kd) * G * R6 / kk;
    err1 = getcl(R4, R4y, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)    goto    lpet2_c2_exit;
lpet2_c2_loop5:
    if(++i2 == 24)    {ie0++; i2 = 0;}
    goto    lpet2_c2_loop4;
lpet2_c2_exit:
    switch(lpet2_c2_disp2(j, kk, kd, G, px, tx)){
        case    1:goto    lpet2_c2_ag2;
        case    2:goto    lpet2_c2_loop5;
        case    3:goto    lpet2_c2_exit;
        default:break;
    }
}
/* *****
関数名 : lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して, R3 または R5 を変更
するか他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とする
かを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
*/
int    Cir::lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    ord;
    int    mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;

```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

else    ord = j + 1;
y = wherey();    if(y > 20){clr();    y = wherey();}
locate(1,y);    clrblw();
printf("%2d  R3_%-d = %-9s  R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R3_%-d を変更するなら 3, R5_%-d なら 5, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case    '3':px.inp_para(&R3,33,1,0.0);
                R5 = R3 / (kk -1.);
                mode = 1;        break;
    case    '5':px.inp_para(&R5,34,1,0.0);
                mode = 1;        break;
    case    'n':mode = 2;    break;
    case    'e':R3 = e24[i1] * R3y;    mode = 3;        break;
    case    'g':
    default: mode = 4;        break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  R3_%-d = %-9s  R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);    search_wrt(ord,"R5_%-d",R5);
}
return(mode);
}
}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
/* *****
関数名：lpet2_c2_disp2(int j,double kk,double kd,double G,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能：lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して、R4 または R6 を変更
するか他の候補を探すか、E24 シリ-ズに近似するか、現在の値で完了とする
かを選択し、それぞれの処理を行い、それを mode の値として返す
***** */
int Cir::lpet2_c2_disp2(int j,double kk,double kd, double G,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
    locate(1,y); clrblw();
    printf("%2d R4_%-d = %-9s R6_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R4),ord,i_unit(su[1],R6),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R4_%-d を変更するなら 4, R6_%-d なら 6, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case '4':px.inp_para(&R4,35,1,0.0);
                    R6 = kk * R4 / G / (1. + kd);
                    mode = 1; break;
        case '6':px.inp_para(&R6,36,1,0.0);
                    mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':R4 = e24[i1] * R4y; mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
    if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
}
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

locate(1,y1);      clrblw();
printf("¥n");
fprintf(fdat,"%2d  R4_%-d = %-9s  R6_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R4),ord,i_unit(su[1],R6),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R4_%-d",R4);    search_wrt(ord,"R6_%-d",R6);
}
return(mode);
}
/* *****
関数名 : bpat1(int      j, Filt_param    &px, Trans      &tx)
機能 : 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて,
        必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int  Cir::bpat1(int    j, Filt_param    &px, Trans      &tx)
{
double  wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
wp2 = tx.Sc[j][1]; wp = sqrt(wp2);
lpQ = wp / tx.Sc[j][0];    lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
if(lpQ <= sqrt(lpG / 2.))  {
    fprintf(fdat,"bpat1 で 変換不能, j = %d¥n",j);
    return(1);
}

R1 = 1e4;      kc2 = lpQ / lpG / wp;
kr2 = lpG / (2.* lpQ * lpQ - lpG);

bpat1_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);
    i2 = 0;  ie0 = 1;

bpat1_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;

bpat1_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    C1 = kc2 / R1;

```

（２） パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

        err1 = getcl(C1, C1y, i1);
        if(err1 <= err)    goto    bpat1_loop2;
bpat1_loop3:
        if((++i2) == 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    bpat1_loope;}
        goto    bpat1_loop1;
bpat1_loop2:
        R2 = kr2 * R1;
        err2 = getcl(R2, R2y, i3);
        if(err2 > err)    goto    bpat1_loop3;
        R3 = 2.* lpG * R1;
        err3 = getcl(R3, R3y, i4);
        if(err3 > err)    goto    bpat1_loop3;
bpat1_exit:
        switch(bpat1_disp(j, kc2, px, tx)){
                case    1:goto    bpat1_ag;
                case    2:goto    bpat1_loop3;
                case    3:goto    bpat1_exit;
                default:break;
        }
        return(0);
}
/* *****
関数名 : lpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpat10 で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
int    Cir::bpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey0;    if(y > 20){clr0;    y = wherey0;}
    locate(1,y);    clrb1w0;

```

```

        printf("%2d  R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s  誤
差 = %.4lf %%¥n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
        ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;          break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
                R1 = kc2 / C1;
                mode = 1;          break;
    case 'n':mode = 2;          break;
    case 'e':C1 = e24[i1] * C1y;
                R2 = e24[i3] * R2y;          R3 = e24[i4] * R3y;
                mode = 3;          break;
    case 'g':
    default: mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
printf("¥n");
tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R3;
tx.Sc[j][1] = (R1 + R2) / R1 / R2 / R3 / C1 / C1;
tx.Sc[j][3] = R3 / 2./R1 * tx.Sc[j][0];
fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-
9s  誤差 = %.4lf %%¥n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
        ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);          search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
        search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);          search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);
}
    
```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
        return(mode);
    }
/* *****
関数名： bpat2(int      j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能： 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて、
        必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
*****
*/
int    Cir::bpat2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
    double  wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
    wp2 = tx.Sc[j][1]; wp = sqrt(wp2);
    lpQ = wp / tx.Sc[j][0];    lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
    if(lpG < 1)    {
        fprintf(fdat,"bpat2 で 変換不能, j = %d¥n",j);
        return(1);
    }
    R1 = 1e4;
bpat2_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);
    i2 = 0;    ie0 = 1;
bpat2_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    C1 = 2.* lpQ / R1 / wp;
    err1 = getcl(C1, C1y, i1);
    if(err1 <= err)    goto    bpat2_loop2;
bpat2_loop3:
    if(++i2 == 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    bpat2_loope;}
    goto    bpat2_loop1;
bpat2_loop2:
    R2 = R1 / (2.* lpQ);
    err2 = getcl(R2, R2y, i3);
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```
        if(err2 > err)    goto    bpat2_loop3;
bpat2_loop4:
    switch(bpat2_disp1(j, lpQ, wp, px)){
        case    1:goto    bpat2_ag;
        case    2:goto    bpat2_loop3;
        case    3:goto    bpat2_loop4;
        default:break;
    }
    R4 = 1e4;
bpat2_ag2:
    getcl(R4, R4y, i0);
    i2 = 0;    ie0 = 1;
bpat2_loope2:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop5:
    R4 = e24[i0 + i2] * R4y;
    R3 = (lpG - 1.) * R4;
    if(R3 == 0)        err1 = 0;
    else    err1 = getcl(R3, R3y, i1);
    if(err1 <= err)    goto    bpat2_exit;
bpat2_loop6:
    if((++i2) == 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    bpat2_loope2;}
    goto    bpat2_loop5;
bpat2_exit:
    switch(bpat2_disp2(j, px, tx)){
        case    1:goto    bpat2_ag2;
        case    2:goto    bpat2_loop6;
        case    3:goto    bpat2_exit;
        default:break;
    }
    return(0);
}
/* *****
関数名 : bpat2_disp1(int j,double lpQ, double wp,Filt_param &px)
機能 : lpat20 で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
```


選択し、それぞれの処理を行い、それを **mode** の値として返す

```
*****
*/
int Cir::bpat2_disp1(int j,double lpQ, double wp,Filt_param &px)
{
int ord;
int mode, y, y1;
ord = j + 1;
y = wherey0; if(y > 20){clr(); y = wherey0;}
locate(1,y); clrblw0;
printf("%2d R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s 誤差
= %.4lf %%%¥n", ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
ord,i_unit(su[2],R2),sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
mode = 1; break;
case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
R1 = 2.* lpQ / wp / C1;
mode = 1; break;
case 'n':mode = 2; break;
case 'e':C1 = e24[i1] * C1y;
R2 = e24[i3] * R2y;
mode = 3; break;
case 'g':
default: mode = 4; break;
}
if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw0; return(mode);}
locate(1,y1); clrblw0;
fprintf(fdat,"%2d R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s 誤差
= %.4lf %%%¥n", ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
ord,i_unit(su[2],R2),sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```

        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);      search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
            search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
        }
        return(mode);
    }
}
/* *****
関数名：lpat2_disp2(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能：lpat20 で計算された定数の値を表示して，R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか，E24 シリ-ズに近似するか，現在の値で完了とするかを
選択し，それぞれの処理を行い，それを mode の値として返す
*****
*/
int Cir::bpat2_disp2(int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey0;    if(y > 20){clr0; y = wherey0;}
    locate(1,y);    clrblw0;
    printf("%2d R3_%-d = %-9s R4_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R4),err1 * 100.);
    y1 = wherey0;
    printf("R4_%-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N¥n",ord);
    printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':px.inp_para(&R4,35,1,0.0);
                    mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':if(R3 != 0) R3 = e24[i1] * R3y;
                    mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
    if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw0; return(mode);}
}

```

```

locate(1,y1);      clrblw();
printf("¥n");
tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R1;
tx.Sc[j][1] = pow(C1 * R2, -2.);
tx.Sc[j][3] = (R3 + R4) / R4 * tx.Sc[j][0];
fprintf(fdat,"%2d  R3_%-d = %-9s  R4_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R4),err1 * 100.);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);      search_wrt(ord,"R4_%-d",R4);
}
return(mode);
}
/* *****
関数名 : getcl(double      d, double      &yd, int &i)
機能 : 与えられた d の仮数部の値が、E24 シリーズのどれと
      最も近いかを計算して、i にその番号を、yd に指数部の
      値 10^nd をいれて、誤差を関数値として返す
*****
*/
double  Cir::getcl(double d, double      &yd, int &i)
{
double  md,ld,nd,err1,err2;
int      i0;
    ld = modf(log10(d), &nd);
    if(ld < 0){nd -= 1.0;      ld += 1.0;}
    md = pow(10.0, ld);
    i0 = (int)(ld * 24.0 + 0.5);
    if(md < e24[i0])  i0--;
    err1 = (md - e24[i0]) / md;
    err2 = (e24[i0+1] - md) / md;
    if(err1 > err2)    {i0++;  err1 = err2;}
    if(i0 >= 24){nd++;      i0 -= 24;}
    i = i0;  yd = pow(10.0, nd);
    return (err1);
}

```

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```
/* *****
関数名：getg(double d,double    &yd,int &i)
機能：与えられた d の仮数部の値に対して、E24 シリーズ
      でそれよりも小さくない値の番号を計算し、
      i にその番号、yd に指数部の値を入れ、
      関数値として、d より小さくない E24 シリーズの
      値を返す
***** */
double  Cir::getg(double d,double&yd,int &i)
{
double  mc,yc;
int      i0;
    getcl(d, yc, i0);  mc = e24[i0] * yc;
    if(mc < d)         i0++;
    if(i0 >= 24){ yc *= 10.0;  i0 -= 24;}
    mc = e24[i0] * yc;
    yd = yc;
    i = i0;
    return mc;
}
/* *****
関数名：search_def(void)
機能：forg で示されるファイルから、1行読み込んで
      .define の文字列があれば、ckt_prt を .define の
      次まで進めて戻り、なければ
      fckt で示されるファイルにその1行を書き出す
***** */
int  Cir::search_def(void)
{
    while(!feof(forg)){
        fgets(ckt_str,250,forg);
        if((ckt_ptr=strstr(ckt_str,ckt_def)) != NULL){
            ckt_ptr += ckt_len;
            return(1);
        }
    }
}
```

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

アクティブフィルタの設計と合成
アクティブフィルタの合成（一部重複あり）

```

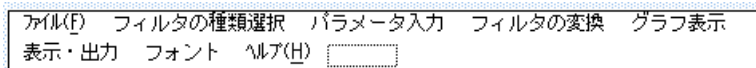
    }
    fputs(ckt_str,fckt);
}
return(0);
}
/*
*****
関数名：search_wrt(int i,char *s1,double d)
機能：i が負なら，s1 を文字列として使い，
      零または正なら書式として i を適用させ
      d を単位付きの文字列に変換したものと結合して
      forg で示されるファイルから読み込んだ1行の文字列の
      .define の後ろに追加してから，fckt で示されるファイルに書き出す
*****
*/
void Cir::search_wrt(int i, char *s1, double d)
{
    if(search_def() == 0) return;
    if(d <= 1e-9) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lf",d * 1e12);
    else if(d < 1e-3) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfu",d * 1e6);
    else if(d < 0.1) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfm",d * 1e3);
    else if(d >= 1e9) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfG",d / 1e9);
    else if(d >= 1e6) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfMEG",d / 1e6);
    else if(d >= 1e3) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfK",d / 1e3);
    else sprintf(ckt_buf1,"%-.4lf",d);
    if(i < 0) sprintf(ckt_buf2,"%s %s¥n",s1,ckt_buf1);
    else {
        sprintf(ckt_buf3,s1,i);
        sprintf(ckt_buf2,"%s %s¥n",ckt_buf3, ckt_buf1);
    }
    strcpy(ckt_ptr,ckt_buf2);
    fputs(ckt_str,fckt);
}

```

Windows版 Mcact2 処理ルーチンの解説

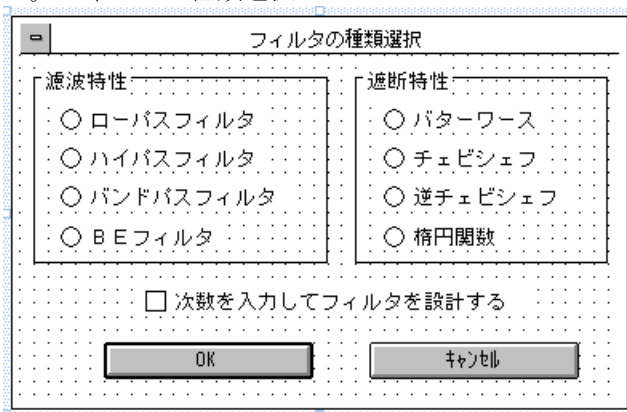
1. ダイアログ

メニュー項目

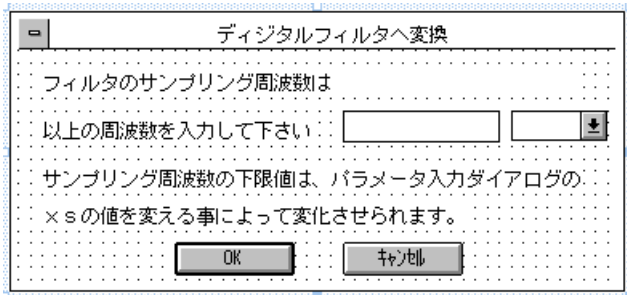


メニューから起動される各ダイアログ

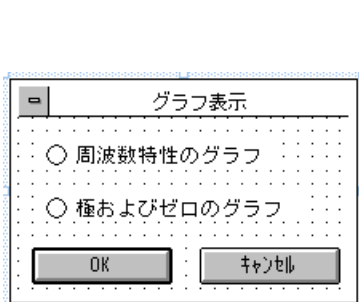
1. フィルタの種類選択



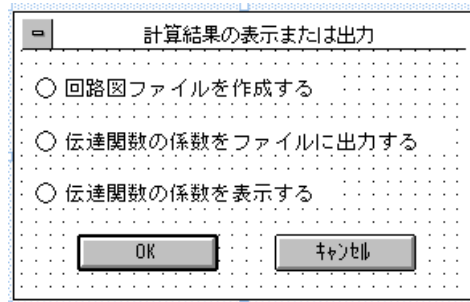
3. フィルタの変換 (アナログ → デジタル)



4. グラフ表示



5. 表示・出力



2. パラメータ入力

次数を入力しない、パラメータ入力ダイアログ

2-1 ローパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	バターワース
カットオフ付近で減衰域の周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_s/F_p$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-2 ローパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	
カットオフ周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_s/F_p$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-3 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	バターワース
カットオフ付近で減衰域の周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-4 ハイパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	
カットオフ周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-5 バンドパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	バターワース
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-6 バンドパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-7 BE バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	BEフィルタ	遮断特性	バターワース
阻止帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{s1}/F_{p1}$ を次の範囲で			
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-8 BE チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	BEフィルタ	遮断特性	
阻止帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1} * x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
阻止帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2} / x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で			
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/>	倍	OK
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 att_s	<input type="text"/>	dB	キャンセル

以上は、次数を入力しないパラメータ入力のダイアログ

次数を入力する、パラメータ入力のダイアログ

2-9 ローパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/>	倍	OK
			キャンセル

2-10 ローパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m (<= 50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
周波数 F_c における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	OK
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/>	倍	キャンセル

2-11 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m (<= 50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
周波数 F_c における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	OK
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$	<input type="text"/>	倍	キャンセル

2-12 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	↓
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_c / F_s$	<input type="text"/>	倍	OK
			キャンセル

2-13 ハイパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-14 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-15 バンドパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-16 バンドパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-17 バンドパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-18 BE パターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 パターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2-19 BE チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2-20 BE 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2。処理ルーチンの解説

パラメータ入力の解説

(1)para01 Low Pass Butter 次数入力しない
Again:

```

attp <-- attp3;
f p 表示                      一一>    入力                      一一>    f p
a t t p 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力                      一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fp / pow(PP,1/(2.0 * m));

```

(2)para02 Low Pass Chev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力                      一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力                      一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

(3)para02 Low Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力                      一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力                      一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力                      一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;

```

(4)para02 Low Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示

```

```

f p 表示      一一> 入力 一一> fc = f p
a t t p 表示  一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示      一一> 入力 一一> x s
a t t s 表示  一一> 入力 一一> a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m(); adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
if(jisu_chk(m)) goto Again;

```

(5)para03 High Pass Butter 次数入力しない
Again:

```

attp <- attp3;
f p 表示      一一> 入力 一一> f p
a t t p 表示  一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示      一一> 入力 一一> x s
a t t s 表示  一一> 入力 一一> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d); d = (double)m;
if(jisu_chk(m)) goto Again;
fc = fp * pow(PP,1/(2.0 * m));

```

(6)para04 High Pass Chev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示      一一> 入力 一一> fc = f p
a t t p 表示  一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示      一一> 入力 一一> x s
a t t s 表示  一一> 入力 一一> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d); d = (double)m;
if(jisu_chk(m)) goto Again;

```

(7)para04 High Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示      一一> 入力 一一> fc = f p
a t t p 表示  一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示      一一> 入力 一一> x s
a t t s 表示  一一> 入力 一一> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);

```

```
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;
```

(8)para04 High Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      ー> 入力                      ー> fc = f p
a t t p 表示                      ー> 入力                      ー> a t t p
x s 表示                      ー> 入力                      ー> x s
a t t s 表示                      ー> 入力                      ー> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m();                      adjust_m(m, atts);                      //実際の a t t s 値は attsbuf に入
る
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(9)para05 Band Pass Butter 次数入力しない
Again:

```
attp <- attp3;
f p 1 表示                      ー> 入力                      ー> f p 1
f p 2 表示                      ー> 入力                      ー> f p 2
a t t p 表示                      ー> 入力                      ー> a t t p
x s 表示                      ー> 入力                      ー> x s
a t t s 表示                      ー> 入力                      ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                      fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(10)para06 Band Pass Chev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示                      ー> 入力                      ー> f p 1
f p 2 表示                      ー> 入力                      ー> f p 2
a t t p 表示                      ー> 入力                      ー> a t t p
x s 表示                      ー> 入力                      ー> x s
a t t s 表示                      ー> 入力                      ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                      fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();                      attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(11)para06 Band Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
```

遮断特性表示

```
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;  fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();       attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(12)para06 Band Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;  fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;  xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);      swap_xs();
cal_daen_m();    adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
swap_xs();       cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(13)para07 BE Flt Butter 次数入力しない
Again:

```
attp <- attp3;
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 * xs;  fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(14)para08 BE Flt Chev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 * xs;  fs2 = fp2 / xs;
```

```
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(15)para08 BE Flt InvChev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示            --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示            --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示            --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示              --> 入力 --> x s
a t t s 表示            --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;        fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(16)para08 BE Flt Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示            --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示            --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示            --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示              --> 入力 --> x s
a t t s 表示            --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;        fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;        xsbuf = (fp2 - fp1) / (fs2 - fs1); swap_xs();
cal_daen_m();         adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
swap_xs();            cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(17)para09 Low Pass Butter 次数入力する
Again:

```
m表示                --> 入力 --> m
f p 表示            --> 入力 --> f c = f p
x s 表示            --> 入力 --> x s
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
attp <-- attp3;
cal_fs_atts();        //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(18)para10 Low Pass Chev 次数入力する
Again:

```
get_attp();
m表示                --> 入力 --> m
f p 表示            --> 入力 --> f c = f p
```



```

a t t p 表示    ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示       ー> 入力 ー> x s
if(jisu_chk(m)) goto    Again;
attpbuf = attp;
cal_fs_atts();    //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(19)para11          Low Pass          InvChev  次数入力する
double  inveps;
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示              ー> 入力 ー> m
f p 表示           ー> 入力 ー> f c = f p
a t t p 表示       ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示           ー> 入力 ー> x s
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
attpbuf = attp;    fs = fp * xs;      cal_P_S();      fc = fs;
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));      eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);

```

```

(20)para11          Low Pass          Ellipse  次数入力する
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示              ー> 入力 ー> m
f p 表示           ー> 入力 ー> f c = f p
a t t p 表示       ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示           ー> 入力 ー> x s
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
attpbuf = attp;    fs = fp * xs;      cal_P_S();
attsbuf = cal_LL_EE();

```

```

(21)para12          High Pass          Butter  次数入力する
Again:
m表示              ー> 入力 ー> m
f p 表示           ー> 入力 ー> f c = f p
x s 表示           ー> 入力 ー> x s
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
attp <- attp3;
cal_fs_atts();    //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(22)para13          High Pass          Chev    次数入力する
Again:
get_attp();
m表示              ー> 入力 ー> m
f p 表示           ー> 入力 ー> f c = f p
a t t p 表示       ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示           ー> 入力 ー> x s
if(jisu_chk(m))    goto    Again;

```

```

        attpbuf = attp;
        cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(23)para14          High Pass          InvChev  次数入力する
double  inveps;
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示           --> 入力  -->  m
    f p 表示        --> 入力  -->  f c = f p
    a t t p 表示     --> 入力  -->  a t t p
    x s 表示        --> 入力  -->  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attpbuf = attp;  fs = fp / xs;      cal_P_S();      fc = fs;
    inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));      eps = 1 / inveps;
    attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);

```

```

(24)para14          High Pass          Ellipse  次数入力する
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示           --> 入力  -->  m
    f p 表示        --> 入力  -->  f c = f p
    a t t p 表示     --> 入力  -->  a t t p
    x s 表示        --> 入力  -->  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attpbuf = attp;  fs = fp / xs;      cal_P_S();
    attsbuf = cal_LL_EE( );

```

```

(25)para15          Band Pass          Butter  次数入力する
Again:
    m表示           --> 入力  -->  m
    f p 1 表示      --> 入力  -->  f p 1
    f p 2 表示      --> 入力  -->  f p 2
    x s 表示        --> 入力  -->  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attp <- attp3;
    cal_m_fc_bw();
    cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(26)para16          Band Pass          Chev    次数入力する
Again:
    get_attp();
    m表示           --> 入力  -->  m
    f p 1 表示      --> 入力  -->  f p 1
    f p 2 表示      --> 入力  -->  f p 2
    x s 表示        --> 入力  -->  x s
    a t t p 表示     --> 入力  -->  a t t p
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;

```

```
attpbuf = attp;
cal_m_fc_bw();
cal_fs_atts(); // f s と a t t s を計算し、 a t t s b u f に入れる
```

(27)para17 Band Pass InvChev 次数入力する

```
double inveps;
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示      一一> 入力 一一> m
    f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
    f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
    a t t p 表示 一一> 入力 一一> a t t p
    x s 表示   一一> 入力 一一> x s
    if(jisu_chk(m)) goto Again;
    attpbuf = attp; fs1 = fp1 / xs; fs2 = fp2 * xs;
    cal_P_S();
    inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1)));
    eps = 1 / inveps;
    attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);
    cal_m_fc_bw_i();
```

(28)para17 Band Pass Ellipse 次数入力する

```
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示      一一> 入力 一一> m
    f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
    f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
    a t t p 表示 一一> 入力 一一> a t t p
    x s 表示   一一> 入力 一一> x s
    if(jisu_chk(m)) goto Again;
    attpbuf = attp; fs1 = fp1 / xs; fs2 = fp2 * xs;
    cal_P_S();
    xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);
    swap_xs(); attsbuf = cal_LL_EE(); swap_xs();
    cal_m_fc_bw();
```

(29)para18 BE Flt Butter 次数入力する

```
Again:
    m表示      一一> 入力 一一> m
    f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
    f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
    x s 表示   一一> 入力 一一> x s
    if(jisu_chk(m)) goto Again;
    attp <- attp3;
    cal_m_fc_bw();
    cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、 a t t s b u f に入れ
る
```

(30)para19 BE Flt Chev 次数入力する

Again:

```
get_attp();
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp;
cal_m_fc_bw();
cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(31)para20 BE Flt InvChev 次数入力する

double inveps, lmt;

Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 * xs; fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1)));
eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);
cal_m_fc_bw_i();
```

(32)para20 BE Flt Ellipse 次数入力する

double lmt;

Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 * xs; fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
xsbuf = (fp2 - fp1) / (fs2 - fs1);
swap_xs(); attsbuf = cal_LL_EE(); swap_xs();
cal_m_fc_bw();
```